З. МЕҺДИЗАДӘ

СӘККИЗИНҸИ СИНИФДӘ ҸӘБР МАТЕРИАЛЛАРЫНЫН МӘНИМСӘНИЛМӘСИ ПСИХОЛОКИЈАСЫ ҺАГГЫНДА

АЗӘРТӘДРИСНӘШР 1963

АЗӘРБАЈЧАН ДӨВЛӘТ ЕЛМИ-ТӘДГИГАТ ПЕДАГОКИКА ИНСТИТУТУ

З. МЕҺДИЗАДӘ

СӘККИЗИНЧИ СИНИФДӘ ЧӘБР МАТЕРИАЛЛАРЫНЫН МӘНИМСӘНИЛМӘСИ ПСИХОЛОКИЈАСЫ ҺАГГЫНДА

М. Ф. ...хундов адына
А...р...ҹан Республика
КИТАБХАНАСЫ

АЗӘРБАЈЧАН
ДӨВЛӘТ ТӘДРИС-ПЕДАГОЖИ ӘДӘБИЈЈАТЫ НӘШРИЈЈАТЫ
Бакы • 1963

512 + 371 · 015
М 44

Китабча көкләр бәһсинә аид олан програм материалынын әсас һиссәсини әһатә едир. Китабчада шакирдләрин гавраjышлары , илә тәсәввүрләри арасында јаранан зиддиjјәтлә әлагәдар чәтинликләр вә чәбр материалынын мәнимсәнилмәсинә онларын көстәрдиjи мәнфи тә'сирләр кениш сурәтдә тәһлил едилир.

Вәсаит сәккизиллик вә орта мәктәбин риjазиjјат мүәллимләри үчүн јазылмышдыр.

I ФӘСИЛ

VIII СИНИФДӘ ТӘДРИС ЕДИЛӘН ЧӘБР МАТЕРИАЛЛАРЫНЫН ӘСАС ПСИХОЛОЖИ ХҮСУСИЈЈӘТЛӘРИ

VIII синифдә чәбр материалларынын мәнимсәнилмәсиндә шакирдләр гүввәтә јүксәлтмә вә көкалма әмәлләри просесиндә бир сыра чәтинликләрлә растлашырлар. Бу чәтинликләрин тәбиәтини аjдынлашдырмаг тә'лим иши үчүн хүсуси әһәмиjјәтә маликдир. Китабчада гүввәт вә көк бәһсләриндә олан чәтинликләр нәзәрдә тутулмуш вә онларла мүбаризә үсуллары көстәрилмишдир.

Шакирдләр биринчи синифдән башламыш једдинчи синфи битирәнә гәдәр истәр һесаб вә истәрсә дә чәбр курсларында там, кәср, мүсбәт вә мәнфи әдәдләр һаггында мүәјјән анлаjышлара саһиб олур, бу әдәдләрдән һәр биринин өз хүсусиjјәтләри илә әлагәдар олараг тәтбиг едилән һәрәкәт үсулларыны (гаjдаларыны) мәнимсәjирләр. Онлар бу әдәдләрлә аjрылыгда, сонралар исә бунларын һамысынын, јахуд да бир һиссәсинин иштиракы илә мүхтәлиф әмәлләр едирләр. Шакирдләр бу әмәлләрдә һәмин әдәдләрдән верилдиjи кими истифадә едирләр, јә'ни бу әдәдләри шакирд нечә гаврамышса, еләчә дә онун мәзмун вә формасы олдуғу кими сахланылмагла онлардан әмәлләрдә истифадә едирләр. Бу фикри аjдынлашдырмаг үчүн бир-ики садә мисал көстәрәк. Шакирд 5 *м* үзәринә 3 *м* әлавә едир, 8 *м* алыр, јахуд (+10)-ун үзәринә (−5) әлавә едир. Бурада нә 5 *м*, нә 3 *м*, нә (+10) вә нә дә (−5) әдәдләри әмәлиjјат просесиндә өз шәкилләрини дәjишмәдиjи кими, онларын мәзмунларыны да дәjишмир. Анчаг әдәдләрин мәзмунуна вә истигамәтләринә уjғун әмәлләр тәтбиг олундуғу һалларда илк дәфә верилмиш

әмәл өз формасыны бә'зән дәјишә биләр. Мәсәлән, $(+10)+(-5)=10-5=5$ олур. Бурада јалныз топлама әмәли чыхма илә әвәз едилди, әмәл өз формасыны дәјишди, әдәдләрин мәзмуну исә сабит галды. Демәк, там, кәср, мүсбәт вә мәнфи әдәдләр үзәриндә әмәлләр едәркән һәрәкәт үсулларынын дәјишмәләри нәзәрә алынмазса, бу әдәдләр бүтүн һәрәкәт үсулларында шакирдин гаврадығы кими ишләдилир.

Сәккизинчи синфин чәбр материаллары өз хүсусијјәти е'тибары илә ашағы синифләрдә тәдрис едилән материаллардан фәргләнир.

Мәсәлән, „гүввәт" вә „көк" адланан әдәдләри көтүрәк.

Гүввәт (2^5) һәр һансы бир мигдары ифадә едән „әсас" (2) вә „үст" (5) адланан ики һиссәдән ибарәтдир. Гүввәт әдәдинин илк гаврајышы, јә'ни илк шәкли вә ја көрүнүшү гүввәтин мәзмуну дејил, онун мәзмунунун символик ифадәсидир. Гүввәтә нәзәр салдыгда, гаврајышда 2 рәгәми илә 5 рәгәми көзә чарпыр. Әслиндә исә бу һәлә ахтарылан әдәдин өзү дејилдир. Ахтарылан әдәдин өзүнү тапмаг үчүн бу әдәдин һәр ики һиссәсинин (әсас вә үст) вәзифәсини бир һәрәкәт үсулунда ичра етмәк лазым кәлир ($2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=32$). Бу вәзифәләрин мәзмунуну нәзәрдән кечирәк.

Гүввәтин үстү әсасын нечә дәфә өз-өзүнә вурулмасыны көстәрир. Бурада үст „истигамәтверичи", әсас исә „ичрачы" вәзифәсини ифа едир: үст бешдирсә, әсас беш дәфә, алтыдырса, алты дәфә, јүздүрсә, јүз дәфә өз-өзүнә вурулмалыдыр. Бурадан ики чәһәт ајдын олур. Бир тәрәфдән, үст вә әсасын вәзифәси бир-биринин ејни дејилдир. Дикәр тәрәфдән, бунлардан бириси (үст), әмәли јеринә јетирмә просесиндә гаврајышдан итир, башга шәкилдә ифадә олунур. Мәсәлән, $2^5=2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2==32$. Бурада биринчи бәрабәр ишарәсинин сол тәрәфиндә гүввәтин үстү олан 5 әдәди һәмин бәрабәр ишарәсинин сағ тәрәфиндә бир 5 рәгәми кими көздән итир, икинин вуруг олараг нечә дәфә көтүрүлмәсиндә өз ифадәсини тапыр. Икинчи бәрабәр ишарәсинин сағ тәрәфиндә исә әсас өзү дә гаврајышдан итәрәк, формача сол тәрәфдәки вуруглара ($2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$) бәнзәмәјән, лакин мәзмунча бунларын ејни олан башга шәкилли әдәдә (32-јә) чеврилир. Мәсәлән, харичи көрүнүш е'тибары илә 2^5-ин 32 илә вә 2^6-нын 64 илә һеч бир охшарлығы

јохдур. Мәзмун е'тибары илә бунларын һәр бири дикәринин башга шәкилдә ифадәсидир.

Бешинчи вә алтынчы синифләрдә охујан шакирдләрин һәлә хејли һиссәси, верилән бир әдәдин гүввәтини тапмаг үчүн, әсасы гүввәт үстүндәки ваһидләрин сајы гәдәр вуруг олараг көтүрмәк лазым олдуғуну бирдәчбирә вә асанлыгла мәнимсәмир, чүнки бу синифләрин шакирдләри гүввәтә јүксәлтмәдә гүввәтин әсасы илә гүввәт үстүнүн ики мүхтәлиф вәзифәсини унудур, бунларын һәр икисиндән әмәлијјатда олдуғу кими истифадә етмәјә чалышырлар, јә'ни 2^5-ин $2\cdot5=10$ олдуғуну сөјләјирләр. Бу да үстүн әсаса вурулмасы илә әлдә едилир. Демәк, шакирдләрин бир гисми үстүн гаврајышдан итмәсинә јол вермәмәјә чалышыр. Бу, ондан ирәли кәлир ки, белә шакирдләр һәмин үстүн әввәлки шәклини дәјишиб, тамамилә башга шәкилдә ифадә олунмасынын маһијјәтини асан дәрк етмирләр.

Сәккизинчи синфин чәбр материалы ичәрисиндә гүввәтә јүксәлтмә анлајышы даһа да дәринләшдирилир вә кенишләндирилир. Белә ки, шакирдләр бешинчи синифдә садә шәкилдә там вә кәср әдәдләри гүввәтә јүксәлдирләрсә, алтынчы синифдә онлар бир гәдәр дә ирәлијә кедәрәк гүввәтә јүксәлтмә анлајышыны кенишләндирирләр.

Онлар бирһәдлинин квадрата јүксәлдилмәсини өјрәнир, мүхтәсәр вурма дүстурлары васитәси илә һәлл етдикләри чалышмаларда гүввәт һаггында кечиләнләри тәкрар едиб мөһкәмләндирирләр.

Гүввәтә јүксәлтмә һаггында верилән анлајыш сәккизинчи синифдә тәкрар едилир вә тәкмилләшдирилир. Бурада мәнфи әдәдин тәк вә чүт гүввәти, там мүсбәт үстлү гүввәти, һасил, кәср вә гүввәтин гүввәтә јүксәлдилмәси, сыфыр вә мәнфи үстлү гүввәтләр барәдә анлајыш верилир.

Сәккизинчи синифдә шакирдләр гүввәтә јүксәлтмә әмәли һаггында кениш анлајыш газандыгдан сонра, бу әмәлин тәрси олан көкалма әмәлини өјрәнмәјә вә онун һаггында дәрин вә кениш анлајыш газанмаға башлајырлар.

Көкалма әмәлинин өзүнүн хүсусијјәти ондан ибарәтдир ки, бурада иштирак едән әдәдләр даһа да символик шәкилдә верилир. Бу символик шәкилдә верилән әдәдин харичи көрүнүшү илә онун һәгиги гијмәти арасын-

да елә бөјүк бир фәрг көрүнүр ки, шакирд илк гаврајышда бунлары ејниләшдирмәкдә чидди чәтинликләрлә гаршылашмыш олур.

Көкалма әмәлиндә көкү алынан әдәдләр радикал ($\sqrt{}$) ишарәси алтында верилир. Радикалын үстү ән азы 2 олмагла, истәнилән әдәд ола биләр. Радикал алтында да истәнилән әдәд веријлә биләр. Әсил мәсәлә бурасындадыр ки, гаврајыш заманы радикал алтында верилән әдәдлә алынмыш көк арасындакы фәрг, бу ики әдәдин ејнилији һаггында шакирдләрин фикри фәалијјәтләриндә шүбһә јаратмыш олур. Мәсәлән, $\sqrt{81} = 9$; $\sqrt[3]{125} = 5$; $\sqrt[4]{a^8} = a^2$ вә с.

Шакирд бу мисалларда көкләр алтында 81-и, 125-и, 8-и вә гаршыларында онлара ујғун олараг 9-у, 5-и вә 2-ни гаврајыр. Бу әдәдләр дә өз харичи көрүнүшләринә көрә көк алтындакы әдәдләрлә (радикалы нәзәрә алмадан) ејниләшдириләә билмәз.

Тәдрис просесиндә шакирддән көк алтындакы әдәддән көк алмаг тәләб едилир. Бу заман шакирдләрин мүәјјән һиссәсиндә шүбһә ојаныр ки, куб гүввәтдән көкүн алтында олан 125 әдәди 5-ә нечә бәрабәр ола биләр. Чох тез-тез белә һаллара тәсадүф едилир ки, шакирд көк алтында јазылан әдәди ејни илә бәрабәрлик ишарәсинин гаршысында јазыр ($\sqrt{81} = 81$).

Радикал ишарәси алтында верилән әдәд радикал ишарәси алтында олмајан әдәдләрә нисбәтән даһа мүрәккәб бир шәкил алмыш олур. Әввәлән, радикал алтында верилән һәр һансы бир әдәд заһири көрүнүшчә онун радикалсыз көтүрүлмүш шәклинин ејни олмур. Икинчиси, радикал алтында олан әдәд радикалын ишарәси вә үстү илә бағлыдыр. Демәк, радикал алтындакы әдәдин дәјишмәси, ејни заманда радикалын үстүнүн дә она ујғун олараг дәјишмәсини тәләб едир. Радикал алтында верилән әдәд илә радикал үстүнүн бағлы олмасы сну көстәрир ки, радикал үстү көкалманын варлыг формасы олараг онун тәркибинә дахил олур.

Мәсәлән, $\sqrt[4]{a^8}$ алындыгда, a^2-на бәрабәр олур ки, бу да радикал алтында верилән әдәддән харичи көрүнүш е'тибары илә фәрглидир.

Радикал алтында јазылан әдәд илә радикалын үстү арасындакы сых рабитә, радикалларла едилән әмәлләрин һамысында бир гајда олараг нәзәрдә тутулур. Көкалты

әдәдлә көкүн үстү арасында јаранан белә бир мөһкәм рабитә радикалын әсас хассәси кими ифадә олунур вә ашағыдакы шәкилдә шакирдләрин һафизәсиндә сахланылыр: **радикалын вә көкалты ифадәнин үстләрини ејни әдәдә вурдугда вә ја бөлдүкдә радикалын гијмәти дәјишмәз.**

Радикалын әсас хассәси шакирдләрә кәсрин әсас хассәсини хатырладыр. Кәсрин әсас хассәсинә көрә сурәт вә мәхрәчин ејни бир әдәд дәфә артырылыб-азалдылмасы тәләб едилирсә, радикалын әсас хассәсинә көрә дә көкүн үстү илә көкалты әдәдин үстүнүн ејни бир әдәд дәфә артырылыб-азалдылмасы тәләб олунар. Көк бәһсинин тәдриси заманы кәсрин хассәсинин шакирдләрин һафизәсиндә чанландырылмасы јени анлајышла әлагәдар олараг газанылан вәрдишин тез вә асан автоматлашмасына сәбәб олур.

Һәр бир әмәлин тәрс әмәли олдуғу кими, көкалма илә гүввәтә јүксәлтмә дә бир-биринә тәрс олан әмәлләрдир. Бу ики әмәлин бир-биринә тәрс олмасы илк әввәл бу әмәлләрин тә'рифиндән ајдын көрүнүр. Бунларын тә'рифләрини нәзәрдән кечирәк.

Верилән әдәдләрин бирини (әсасы) о бири әдәддәки (үстдәки) ваһидләрин сајы дәфә өз-өзүнә вурма әмәлинә гүввәтә јүксәлтмә дејилир.

n-чи гүввәтә јүксәлтдикдә, a-ја бәрабәр олан әдәдә a әдәдинин n-чи гүввәтдән көкү дејилир.

Гејд етмәк лазымдыр ки, шакирд тәфәккүрүнүн әмәлијјатларындан синтез әсасән гүввәтә јүксәлтмәдә, анализ исә көкалмада иштирак едир. Лакин гүввәтә јүксәлтмә вә көкалма әмәлиндә анализ вә синтез просесләри гаршылыглы вәһдәтдә олур. Мәсәлән, шакирд 2-ни 4-чү гүввәтә јүксәлдәркән, бә'зән фикрән, бә'зән дә заһирән синтез просесинин өзүндән истифадә едир ($2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$). Бурада 2-ләр бир-биринә вуруларaг јени бир 16 әдәдини верир. Көкалмада исә башга вәзијјәт јараныр. Мәсәлән, 125-ин 3-чү гүввәтдән көкүнү тапмаг үчүн ($\sqrt[3]{125}$) шакирд елә бир әдәд ахтарыр ки, онун 3-чү гүввәти 125-ә бәрабәр олсун ($\sqrt[3]{125} = 5$ алыныр). Бу заман анализ вә синтез просесләри ејни заманда бир вәһдәт һалында фәалијјәт көстәрир.

Көкалма әмәлиндә көкалты әдәдлә көкүн үстү арасында олан мөһкәм рабитә, вуруғу көк алтындан

чыхармаг, вуруғу көк алтына салмаг вә көкләри охшар шәклә салмаг кими бир нечә гајданын асан дәрк едилмәсинә мане олур. Бурада шакирдин гаршылашдығы чәтинлик, бир тәрәфдән, бу әмәл дахилиндә јаранан гајдаларын кедишинин бир-биринин тәрсинә истигамәтләнмәсиндән ибарәтдир, дикәр тәрәфдән исә ики, үч вә даһа чох көкләрдән заһири көрүнүш е'тибары илә бир-биринә гәтијјән охшар олмајан көкләрин охшар һала кәтирилмәсидир. Бу үч һалын икисиндә: вуруғу көкүн харичинә чыхармаг вә көкләри охшар һала салмаг просесләриндә тәфәккүрүн анализ просеси үстүнлүк газаныр. Көкүн харичиндәки вуруғу көкүн алтына салмада исә синтез просеси үстүнлүк газаныр. Истәр анализ, истәрсә дә синтез просесиндә шакирдләрин бејин габығында тез-тез мүвәггәти рабитәләр системи јаранса да, онлар там бир мәрһәләни, јә'ни көкүн үстү илә әлагәдар олан мәрһәләни унудурлар. Бу һал әсас е'тибары илә көкүн әсас хассәсини јахшы дәрк етмәмәк үзүндән әмәлә кәлир. Шакирдләрин әксәр һиссәси көкүстү әдәдин көкалты әдәдлә бир тәркибә дахил олмасы мәсәләсини өзүнә ајдын тәсәввүр едә билмир.

Шакирд һәлә бешинчи синифдә кәср әдәдин сурәт вә мәхрәч кими ики һәддән ибарәт олдуғуну өјрәнәрәк дәрк етмишдир. Бешинчи синифдән једдинчи синифә гәдәр шакирд гүввәтә јүксәлтмә әмәлини дә гисмән өјрәниб дәрк етмишдир. Шакирләр тә'лим просесиндә дәрк етмишләр ки, ади кәсри һеч вахт сурәтсиз вә ја мәхрәчсиз тәсәввүр етмәк олмаз. Һәмчинин шакирдләр гүввәтә јүксәлтмә әмәлиндә дә елә бир гәнаәтдә олурлар ки, гүввәтә јүксәлтмәнин компонентләриндән (әсас вә гүввәт үстү) бири олмаса, гүввәти алмаг олмаз. Демәли, шакирдләр һәм кәср, һәм дә гүввәти гавразаркән, онларын һәдләрини бир-бириндән тәчрид едилмиш шәкилдә дејил, бир вәһдәт шәклиндә гавразырлар. Буна көрә дә шакирд әмәлијјаты јеринә јетирәркән, бә'зән мүәјјән гајдаја мүвафиг олмаса да, әдәдләрин һиссәләриндән истифадә едир. Мәсәлән, шакирд һәр һансы әдәди гүввәтә јүксәлдәркән, әсасы үстдәки ваһидләрин сајы дәфә өз-өзүнә вурмајыб, сәһв едәрәк, әсасы үстә вурур. Демәли, шакирд бу ики һәдд арасында мүәјјән вәһдәтин олдуғуну дәрк етмишдир, лакин белә шакирд әсил вәһдәтин нәдән ибарәт олдуғуну дәгиг билмир.

Көкалма әмәлиндә исә мәсәлә башга бир шәкил алыр. Бурада радикал илә бирликдә верилән көкалты әдәд гүввәт, кәср, һасил, көк вә с. олмагла мүхтәлиф шәкилләрдә верилә биләр. Шакирд әввәлләр гаврадығы әдәдләрин һамысыны бурада көк алтында гаврајыр, онларын елементләри арасындакы рабитәләри кечмишдә олдуғу кими дәрк едир. Лакин о, бу әдәдләрин көкүн үстү илә олан үзви рабитәләрини бә'зән нәзәрдән гачырыр. Бурада шакирдин көрмәдији бир һадисә она раст кәлир. О, радикал ишарәси алтында верилән әдәди радикалла бир јердә һәм әдәдин өзү, һәм дә әмәл (көкалма әмәли) кими гаврамалыдыр. Радикалын үстү бу һалда һәм көкүн тәркибинә дахил олур, һәм дә әмәлин маһијјәтини тәшкил едир. Белә олдуғу үчүн һәр ики һал мүәјјән чәтинлијин јаранмасына сәбәб олур.

Сәккизинчи синифдә шакирдләр һасил, кәср вә гүввәтдән квадрат көк алмағы да өјрәнирләр. Програм, әдәдләрдән дәгиг вә тәгриби квадрат көк алмағын өјрәдилмәсини тәләб етдији үчүн, тә'лим просесиндә шакирдләрин диггәти әсасән бу гајдаја чәлб едилир. Буна көрә дә әдәдләрдән квадрат көк алмаг принсипи шакирдләрә дәриндән өјрәдилир. Бу исә квадрат тәнлијин һәлли илә әлагәдардыр, чүнки квадрат тәнлији һәлл етмәк үчүн әсас амилләрдән бири дә әдәддән квадрат көк алмагдыр.

Там вә кәср әдәдләрдән (онлуг кәсрләр нәзәрдә тутулур) квадрат көкалма просеси, өз заһири көрүнүшү вә гисмән дә мәзмуну е'тибары илә, бөлмә әмәлинә бәнзәдији үчүн бурада шакирдләрин бир һиссәси чәтинликлә гаршылашмыш олур вә көкалма просесини бөлмә просеси илә гарышдырырлар. Демәли, шакирдин бөлмә әмәлини өјрәнәркән газандығы вә кифајәт дәрәчәдә мөһкәмләндирдији, ејни заманда автоматлашдырдығы кечмиш вәрдиш илә квадрат көкалма саһәсиндә јеничә газанмаға башладығы вәрдиш арасында интерференсија јаранмыш олур, јә'ни кечмиш вәрдиш, јаранмагда олан јени вәрдишә мане олур, онун тәшәккүл етмәсинә мәнфи тә'сир көстәрир.

Јени вәрдишин јаранмасына көһнә вәрдишин мәнфи тә'сири, һәрәкәт үсулларынын кедишиндә мөвчуд олан мүхтәлиф мәрһәләләрдә ичра едилән ајры-ајры гајдаларын компонентләринин бир-бириндән фәргләнмәсидир.

Бу фәргләри ајдынлашдырмаг үчүн бөлмә просесини тәсәввүрә кәтирәк. Бу әмәлдә һәр шејдән әввәл бөлүнән, бөлән вә бөлмә ишарәси олмагла, бу үч објект бөлмә әмәлинин ичрасы үчүн там истигамәт верир. Бөлмә просесиндә, бөлән ахыра гәдәр сабит галыр, биринчи мәрһәләдә ичра олунан һәрәкәт үсулу просесин ахырына гәдәр тәкрар олунур, ј'ни бөлүнәндән бөләнин рәгәмләринин сајы гәдәр ајрылыр, әкәр бу бөлүнәрсә гисмәт мүәјјәнләшдирилир, бөлүнмүрсә бир рәгәм дә ајрылыр, јенә гисмәт тапылыр вә алынан гисмәт бөләнә вурулур, бөлүнәнин ајрылмыш һиссәсинин алтындан јазылыр, сонра чыхылыр, галығын јанына јухарыдан јени рәгәмләр (вә ја рәгәм) кәтирилир, јенә просес бу гајда илә галыгда сыфыр вә ја бөләндән кичик әдәд алынынчаја гәдәр давам етдирилир. Бөлмә әмәлијјаты верилән әдәдин ән бөјүк мәртәбәсиндән башланыр.

Көкалма әмәлиндә исә ичра едилән һәрәкәт үсулу вә әмәлијјатда иштирак едән елементләр бөлмә әмәли илә ујғун кәлмир. Бурадакы мүхтәлиф чәһәтләр ашағыдакылардан ибарәтдир:

1. Көкалмада, бөлмә әмәлиндәки бөлән әдәд вә бөлмә әмәли ишарәси јохдур, анчаг радикал вә бәрабәр ишарәләри вардыр.

2. Көкалмада бөлүнәнин әвәзинә көкалты әдәд вардыр.

3. Көкалмада бүтүн ифадәнин сағ тәрәфиндә бәрабәр ишарәси (=) дурур.

4. Әкәр бөлмә әмәлиндә бөләндәки рәгәмләрин сајы гәдәр рәгәм бөлүнәнин сол тәрәфиндән ајрылырдыса, там әдәдләрдән көкалмада исә сағ тәрәфдән башламыш көкалты әдәдин рәгәмләрини ики-ики групларa ајырмаг тәләб олунур; бурада рәгәмләрин сајы тәк оларса, солдакы групда бир рәгәм дә ола биләр.

5. Онлуг кәсрләрин бөлүнмәси онун көкүнүн алынмасындан тамамилә фәргләнир. Онлуг кәсрләри бөләркән солдакы рәгәмләрдән башлајыб бөлмәни давам етдирмәк тәләб олунур; көкалмада верилән әдәдин рәгәмләри веркүлдән башлајараг ики-ики групларa ајрылмалыдыр. Бу кәсрләрдә рәгәмләрин групларa ајрылмасы өзү дә там әдәдләрдә олдуғу гајдаја табе олмур. 1-дән кичик онлуг кәсрләрдә рәгәмләр веркүлдән башлајараг сағa доғру икишәр групларa ајрылыр. Лакин онлуг кәсрләрлә верилмиш гарышыг әдәдләрдә ики-ики групларa ајырма веркүлдән башлајараг бир-биринә әкс истигамәтдә апарылыр. Бурада даһа бир мүхтәлифлик орталыға чыхыр. О да бундан ибарәтдир ки, веркүлдән сол тәрәфә доғру ајрылан групларын сонунчусуна бир рәгәм дахил ола биләр, онун сағ тәрәфинә сыфыр јазылмыр, веркүлдән сағ тәрәфә ајрылан групларын ахырынчысы бир рәгәм оларса, онун сағына бир сыфыр әлавә етмәк тәләб олунур.

6. Көкалма бөлмә әмәлиндән фәргли олараг ашағыдакы гајда илә апарылыр:

$$
\begin{array}{rl}
 & \sqrt{7'45'29} = 273 \\
 & 4 \\
\hline
47 & |34'5 \\
7 & |329 \\
\hline
543 & |\;162'9 \\
3 & |\;1\,629 \\
\hline
\end{array}
$$

Бу мисалда верилән көкалты әдәд (74 529) сағдан башлајараг һәр групда ики рәгәм олмагла групларa ајрылыр (рәгәмләрин сајы тәк оланда ахырынчы групда бир рәгәм олур (7'45'29), солдан биринчи групдакы рәгәмдән (7) квадрат көкүн биринчи рәгәми (2) алыныр, биринчи групдан (7) көкүн биринчи рәгәминин квадраты (4) чыхылыр, галығын (3) сол сәмтиндә (шагули хәттин солунда) көкүн биринчи рәгәминин ики мисли әлаһиддә јазылыр, сонра галығын јанына сағдан икинчи груп (45) көчүрүлүр вә алынан әдәдин (345) онлугларынын сајы көкүн биринчи рәгәминин ики мислинә (4) бөлүнүр. Алынан гисмәт (7) көкүн биринчи рәгәминин сағында јазылыр. Бу һәм дә әлаһиддә јазылмыш көкүн биринчи рәгәминин ики мислинин сағында алт-алта јазылыр вә бурада алынан әдәд (47) јени тапылан гисмәтә вурулуб бөлүнән әдәдин алтында јазылараг ондан чыхылыр. Галығын јанына јени нөвбәти групу (29) көчүрүлүр вә алынан әдәдин онлугларынын сајыны көкүн алынан рәгәмләринин (27) ики мислинә (54) јенә јухарыдакы гајда илә бөлмәк лазым кәлир. Беләликлә, просес ахыра гәдәр давам етдирилир.

Бөлмә әмәлиндә бөлән ахыра гәдәр дәјишмәз сахланылырса, көкалмада бөлән аралыг һесабламаларда

сонрадан әмәлә кәлир вә мүнтәзәм сурәтдә бөлүнән кими өз тәркибини дәјишир.

Көкалмада бөлмәјә нисбәтән даһа бир јени хүсусијјәт мөвчуддур. О да көкалмада аралыг һесаблама просесиндә орталыға чыхан бөләнләрин артмасы илә әлагәдар олараг бөлүнәнин артмасындан ибарәтдир. Беләликлә, бөлүнәнлә бөлән арасында бир асылылыг јаранмыш олур, бөлән артдыгча, бөлүнән дә онунла әлагәдар олараг артыр.

Буну бир мисал үзәриндә көстәрәк:

$$\sqrt{57'10'82'49} = 7557$$

	49
145	81'0
5	725
1505	858'2
5	752 5
15107	10574'9
7	105749

Јухарыдакы көкалма просесиндән ајдын көрүнүр ки, шагули хәтләрин сол тәрәфиндәки бөләнләр һәр дәфә артдыгча, сағ тәрәфдәки бөлүнәнләр дә артыр, белә бир ганунаујғунлуг мөвчуд олмадыгча бөлмә просеси имкан харичиндә олар, башга сөзлә десәк, бөлмә мүмкүн **олмаз.**

Дүзкүн олан вә дүзкүн олмајан онлуг кәсрләрин (1-дән кичик вә 1-дән бөјүк онлуг кәсрләрин) көкүнү аларкән, һәрәкәт үсулунда олан бә'зи јенилији нәзәрә алсаг белә нәтичәјә кәлмәк олар ки, бөлмә әмәли илә көкалма әмәлләринин һәрәкәт үсулларында мөвчуд олан хүсусијјәтләр онларын бир-бириндән фәргли сурәтдә мәнимсәнилмәсинә вә јаранмагда олан јени вәрдишин автоматлашмасына мане олур. Буна көрә дә шакирдләрин хејли һиссәси бу әмәлләри ичра едәркән чәтинликләрлә гаршылашырлар.

Сәккизинчи синифдә чәбр курсуна дахил олан гүввәтә јүксәлтмә вә көкалма әмәлләри һаггында белә бир чәһәти дә әлавә етмәк лазымдыр ки, бу әмәлләр өјрәниләнә гәдәр онларын һәрәкәт үсуллары ријазијјатдан кечилмиш бүтүн гајда вә ганунлара табе олмагла, өз-

ләри илә бирликдә чәбрин мәктәб курсуна даһа бир сыра хүсуси гајдалар кәтирир. Бу хүсуси гајдалар сонракы синифләрдә өјрәниләчәк ријазијјат материалларынын мәнимсәнилмәсиндә бөјүк әһәмијјәтә маликдир. Мәһз бунун үчүн дә мүәллимләримиз бу хүсуси гајдаларын шакирдләр тәрәфиндән дәриндән мәнимсәнилмәсинә артыг диггәт вермәлидирләр. Дикәр тәрәфдән, бу хүсуси гајдалар сәккизинчи синфә гәдәр шакирдләрин мәнимсәдикләри гајда вә ганунларын тә'лим просесиндә тәкрарланмасы үчүн бөјүк имкан јаратмыш олур. Буна көрә мүәллим бу имкандан да бачарыгла истифадә етмәлидир. О, тәкрар едилмәси мүмкүн олан мөвзу вә ја бәһсин шакирдләр тәрәфиндән дәриндән мәнимсәнилмәмиш вә јахуд унудулмуш һиссәләрини онларын һафизәсиндә јенидән чанландырмалы вә дәриндән мәнимсәтмәјә сә'ј етмәлидир.

Мүәллим һәмишә јадда сахламалыдыр ки, бир бәһсдә олан ајры-ајры мөвзуларын мәнимсәнилмәси, бу мөвзулара дахил олан анлајышлар арасында шакирдин фикри фәалијјәти заманы үзвн рабитәләр јаратмаг бачарығы илә әлагәдардыр. Шакирд фикри фәалијјәт заманы мәнимсәдији анлајышларла мүстәгил әмәлијјат апармағы бачарырса, демәк, о, тә'лим едилән материалы мәнимсәмишдир. Әксинә, өз фикри фәалијјәтиндә о, анлајышларла әмәлијјат апармагда мүәллимин јардымына хејли дәрәчәдә мөһтачдырса, демәли, материалы кифајәт гәдәр мәнимсәмәмишдир. Мүәллим бу саһәни һәмишә диггәт мәркәзиндә сахламалыдыр.

II ФӘСИЛ

КӨКЛӘР БӘҺСИНИН МӘНИМСӘНИЛМӘСИ ЗАМАНЫ ШАКИРДЛӘРИН ГАРШЫЛАШДЫГЛАРЫ ЧӘТИНЛИКЛӘРИН ПСИХОЛОЖИ ТӘҺЛИЛИ ВӘ ОНЛАРЫН ЛӘҒВИ ТӘДБИРЛӘРИ

Көкләрлә апарылан әмәлијјатда шакирдләрин гаршылашдыглары чәтинликләри өјрәнмәк мәгсәди илә, Бакынын 31, 220, 132 №-ли мәктәбләриндәки вә Нахчыван шәһәринин 3 нөмрәли мәктәбиндә VIII синиф шакирдләринин ријазијјатдан јазы дәфтәрләрини диггәтлә нәзәрдән кечирдик. Гејд олунан синифләрдә ајры-ајры мүәллимләр дәрс дејирдиләр. Бу мәктәбләрдән көтү-

рүлмүш алты әдәд VIII синифдән 100 шакирдин фәрди, мүстәгил фикри фәалијјәтинин мәһсулу нәзәрдән кечирилди.

Әввәлҹә, әдәдләрдән квадрат көк алмаг гајдасы илә һәлл едилән мисаллар нәзәрдән кечирилди. 100 шакирдин 77-си өз дәфтәрләриндә квадрат көк алмаја даир јазы јазмышды. Галан 23 шакирд исә јазы ишиндә сонралар иштирак етдикләри үчүн бу мөвзуја даир јазы јазмамышдылар.

Квадрат көк алмаја даир јазы јазан шакирдләрин 21-и өз мүстәгил фикри фәалијјәтиндә дүзкүн нәтиҹә алмамыш вә һәрәкәт үсулунун тәтбиги просесиндә бә'зи әлагә вә мүнасибәтләри дүзкүн јарада билмәмишди.

Мәсәлән, Нахчыван шәһәр 3 нөмрәли мәктәбин VIII синиф шакирди О. 13 әдәдиндән миндә бирә гәдәр дәгигликлә көк аларкән, ҹавабда 3,619 алмышдыр. О. көкалманы беләә һәлл етмишдир:

```
√13'00'00'00 = 3,619
   9
 66 | 40'0
  6 | 396
 721 | 140'0
   1 | 721
 72 29 | 67 90'0
     9 | 65 06 1
```

Көрүндүјү кими, бурада шакирдин сәһви ондан ибарәтдир ки, 400-дән 396 чыханда галыгда 4 әвәзинә 14 алмышдыр. Буна көрә дә әмәлијјаты давам етдирмәк мүмкүн олмуш, лакин дүзкүн нәтиҹә әлдә едилмәмишдир. Ҹавабда 3,609 әвәзинә, 3,619 алынмышдыр. Әлбәттә, шакирдин бу сәһви диггәтсизликдән јаранмышдыр. Лакин бурада шакирдин өз ишинә тәнгиди јанашмамасы, тутдуғу ишин нә гәдәр доғру олуб-олмамасыны нәзәрдән кечирмәмәси тәдрис ишиндә онун тәфәккүрү үчүн нөгсандыр. Мүәллим шакирди елә тәрбијә етмәлидир ки, о, һәр дәфә әмәлијјат апаркән өз диггәтини мисал вә ја мәсәлә һәллинин һәм кедишинә, һәм дә орадан алдығы нәтиҹәјә ҹәлб етсин. һәлл заманы бүтүн имканлары нәзәрдән кечирмәклә

нәтиҹәнин доғрулуғуна шүурлу сурәтдә инансын, ону лагејд шәкилдә, механики олараг гәбул етмәсин.

Бу сонунҹу вәзијјәтин горхулу ҹәһәти ондадыр ки, шакирдләр өз ишләринә гаршы диггәтсиз вә лагејд олдугҹа, кобуд сәһвләр бурахырлар. Мәсәлән, Бакы шәһәри 220 нөмрәли рус орта мәктәбинин VIII синиф шакирди П. 1959-ҹу ил сентјабрын 22-дә јаздығы јазы ишиндә 732-дән квадрат көк аларкән нәтиҹәдә 2,706 алыр. Шакирд бу нәтиҹәјә лагејд јанашыр, көкү алынан әдәдлә (732), әдәдин квадрат көкү олараг алдығы әдәд (2,706) арасында һеч бир әлагә вә мүнасибәт јаратмаға чалышмыр. О, һеч дә нараһат олмур ки, 2,706-нын квадраты һеч вахт 732 әдәдинә јахын бир әдәдә бәрабәр ола билмәз. Јенә дә һәмин мәктәбин VIII синиф шакирдләриндән А.-нын 826,281-ин квадрат көкүнүн 99 олмасы, сонра 428, 49-ун квадрат көкүнүн 2 олмасы илә разылашмасы, даһа башга бир шакирдин 0,079-ун квадрат көкүнүн 0,88-ә бәрабәр олдуғу ҹавабы илә гәнаәтләнмәси, 31 нөмрәли мәктәбин VIII „в" синиф шакирди А.-нын 4 284 900 әдәдиндән квадрат көк аларкән ҹавабдакы 2225 илә гәнаәтләнмәси вә с. бу кими фактлар көстәрир ки, шакирдләрин мүәјјән һиссәси ҹавабда алдығы һәр һансы рәгәмлә разылашараг онун верилмиш әдәдин квадрат көкү олуб-олмадығыны јохламаг зәрурәтини һисс етмир.

Әдәдләрин квадрат көкләрини аларкән, шакирдләрин һәр һансы тәсадүфи ҹавабла разылашмалары, јухарыда изаһ етдијимиз кими, квадрат көкү алынан әдәдлә онун квадрат көкү арасында мөвҹуд олан заһири фәргдән ирәли кәлмиш олур. Һәр һансы бир әдәдлә онун квадрат көкү арасында мөвҹуд олан әһәмијјәтли фәрг гаврајыш просесиндә өзүнү даһа габарыг көстәрир. Бу заман форма мүхтәлифлијинин мәзмун ејнилијинә етдији тә'сир, шакирди алдығы ҹаваба лагејд мүнасибәт бәсләмәјә сөвг едир. Мәсәлән, 31 нөмрәли мәктәбин VIII „в" синиф шакирди К. 4 284 900 әдәдинин квадрат көкүнүн 2,07-јә бәрабәр олдуғуну тапмыш, лакин 2,07-нин квадратынын 4 284 900-ә бәрабәр олуб-олмамасы барәдә фикрән нараһат белә олмамышдыр. Әслиндә бу әдәдин квадрат көкү 2070-дир. Шакирд гаврајышында доғрудан да верилән әдәдлә онун квадрат көкү (2070) арасында харичи көрүнүш е'тибары илә хејли фәрг вардыр ($\sqrt{4\,284\,900} = 2070$). Јахшы ријази һазыр-

лығa малик олмаjан шакирдләрин бир гисминин гавраjышларында тәсадүф олунан белә форма мүхтәлифлиjи онларда чаваба гаршы диггәтсизлик вә лагеjдлик әмәлә кәтирир.

Мүәллим там вә jа кәср әдәдләрдән квадрат көкалма просесини шакирдләрә әсаслы сурәтдә анлатмаг үчүн, онлары ики истигамәтдә әмәлиjjат апармаға алышдырмалыдыр. Бунун биринчиси, верилән әдәддән квадрат көк алмаг, икинчиси исә алынан квадрат көкүн дүзкүн олуб-олмадығыны jохламаг үчүн ону квадрата jүксәлтмәкдир. Дәркетмә заманы белә фәалиjjәтин ичрасы шакирдләрин һамысынын өз ишләринә тәнгиди jанашмасыны вә мәс'улиjjәтини артыраpаг, өз алдығы нәтичәни һәмишә jохламаға мejлли олачагдыр. Бу, шакирдин кобуд сәһв бурахмасына вә диггәтсиз олмасына имкан вермәjәчәкдир.

Бә'зән белә һаллара да тез-тез тәсадүф едилир ки, шакирдләр нәтичәни дә jохлаjаркән кобуд сәһвләр бурахыр вә бунунла да гәнаәтләнирләр. Мәсәлән, 31 нөмрәли мәктәбин VIII синиф шакирди Р. 172 225 әдәдинин квадрат көкүнүн 415-ә бәрабәр олдуғуну дүзкүн олараг тапыр. Нәтичәнин доғрулуғуну jохламаг үчүн шакирд 415-и квадрата jүксәлтмәк әвәзинә, 2-jә вуруб 830 алыр. Әдәди квадрата jүксәлдәркән ону 2-jә вурмаг, jахуд әдәди һәр һансы бир гүввәтә jүксәлтмәк истәркән һәмин әдәди гүввәтин үстүнә вурмаг шакирдләр арасында кениш jаjылмыш сәһвләрдән биридир. Буна көрә мүәллим шакирдләрин белә бир сәһвә мejлли олдуғуну көрдүкдә, шакирдә гүввәтә jүксәлтмә вә вурма әмәлинә даир ($5^2 = 5 \cdot 5 = 25$; $5 \cdot 2 = 10$) мисаллар нүмунәсиндә синхроник гавраjышлар газандырмалыдыр. Бу гавраjышлар әсасында jаранан тәсәввүрләр шакирдин сонрадан апардығы әмәлиjjатда да чәтинлик чәкмәсини арадан галдырачагдыр.

Шакирд бә'зән гүввәтә jүксәлтмә әмәлини вурма әмәлиндән она көрә фәргләндирә билмир ки, бу әмәлләрин һәр икисиндә нәтичә вуран вә вурулaндан бөjүк әдәд олур. Бу әмәлләрдә башга үмуми чәһәтләр дә вардыр. Бу үмуми чәһәтләр һәмин әмәлләрин принсипләрини фәргләндирмәк имканыны чәтинләшдирир. Һәмин үмуми чәһәтләрдән бири ондан ибарәтдир ки, һәм гүввәтә jүксәлтмәдә, һәм дә вурмада „дәфә" сөзү ишләдилир. Мәсәлән, шакирд 5-и 3-ә вураркән: „үч дәфә беш, бәрабәрдир 15-ә" деjир; jахуд шакирд вурма чәдвәлини әсаслы сурәтдә өjрәндиjи күндән билир ки, „дәфә" сөзү вурма әмәли илә сых бағлыдыр. Гүввәтә jүксәлтмәjә аид мисал һәлл етдикдә дә әсасән белә бир гаjда ичра едилир: **һәр һансы бир әдәди тәләб едилән гүввәтә jүксәлтмәк үчүн һәмин әдәди гүввәт үстүндәки ваһидләрин саjы дәфә өз-өзүнә вурмаг лазымдыр.**

Гүввәтә jүксәлтмә әмәлинин вурма әмәли илә механики әвәз едилмәсинин башлыча сәбәби дә гүввәтә jүксәлтмәдәки бу „өз-өзүнә" сөзләрини шакирдләрин әһәмиjjәтсиз бурахмасыдыр. Шакирдләрин бу әмәлләри гарышдырмагла чәтинлик чәкән һиссәси өз диггәтини „өз-өзүнә" сөзләринә деjил, „дәфә" сөзүнүн үзәринә jөнәлдир, бунунла да гүввәтә jүксәлтмә әмәлини вурма әмәлинә чевирирләр. Елә бунун нәтичәсидир ки, Бакыдакы 220 нөмрәли рус орта мәктәбинин VIII синиф шакирди Н., әдәдләрин квадрат көкүнү аларкән 244 үчүн тапдығы 0,4940 чавабы илә вә 732-и үчүн чавабда тапдығы 2,706 әдәди илә гәнаәтләнмишдир. Әкәр шакирд өз идрак фәалиjjәтиндә әдәдләрдән алдығы көкләри квадрата jүксәлдәркән, әввәлки әмәлин тәрсини ичра етсә иди, алдығы чавабын дүзкүн олуб-олмамасыны аjдын шәкилдә дәрк едәрди.

Мүәллим шакирдләрин идрак фәалиjjәтини тәшкил едәркән, онларын диггәтини бурадача ики чәһәт үзәринә чәлб етмәлидир: биринчи, гүввәтә jүксәлтмә гаjдасында бөjүк әһәмиjjәтә малик олан „өз-өзүнә" сөзләринин маһиjjәтини онларын шүуруна чатдырмалыдыр, икинчиси, илк вахтларда әдәддән квадрат көк алдыгдан сонра чавабы квадрата jүксәлтмәклә jохламағы шакирддән тәләб етмәлидир. Шакирдләрин диггәти бу ики чәһәт үзәриндә jөнәлдиләрсә онлар әмәлиjjат просесиндә аз сәһв едәрләр.

Там вә кәср (онлуг кәср) әдәдләрдән квадрат көк аларкән, шакирдләр көкалма гаjдасынын тәтбиг едилмәси заманы да сәһвә jол верирләр. Шакирдләрин бурадакы сәһвләри ики характердә олур. Онлардан биринчиси, көкалма просеси үчүн лазыми мүвәггәти рабитәләрин беjин габығында дүзкүн jарадылмамасыдыр, jә'ни бу просесдә көкалма әмәли бөлмә әмәлинә чеврилир, һалбуки дүзкүн кедән һәлддә бу әмәлләрин һәр биринә мувафиг олан әмәлиjjат просеси беjин

М. Ф. Ахундов адына Азәрбаjчан Республика КИТАБХАНАСЫ
89078

габығында да өзүнә мәхсус мүвәггәти рабитә јаратмыш олур. Буна көрә дә көкалманын бөлмәјә чеврилмәси бејин габығында көкалмаја аид мүвәггәти әлагәләрин чанланмасына дејил, бөлмәјә аид мүвәггәти әлагәләрин чанланмасына сәбәб олачагдыр. Белә бир чәһәт һәмишә сәһв доғурачагдыр. Икинчиси, көкалма просесинин ајры-ајры мәрһәләсиндә јарадылан мүвәггәти рабитәләр, бөлмә әмәлинин ујғун рабитәләри илә гарышдырылыр. Бу сәһвләрин һәр бири һаггында ајры-ајры данышмаг лазым кәлир.

31 нөмрәли орта мәктәбин VIII „в“ синфинин шакирди М., ријазијјатдан јохлама јазы иши дәфтәриндә 4 284 900 әдәдиндән ашағыдакы гајда илә квадрат көк алмышдыр:

$$\sqrt{4284900} = 2225$$

	4
71	284
4	284
4	9
2	8
10	100

Көкалма просесиндән көрүндүјү кими, рабитәләр системинин икинчи мәрһәләсиндән јанлыш рабитәләр јаранмаға башлајыр. Мүвәггәти рабитәләр һәм дә бөлмә әмәлинин мәзмунуна ујғун олараг јарадылыр. Белә ки, әдәдләрин солдан биринчи групунун квадрат көкү дүзкүн алындыгдан сонра, солдан икинчи груп (28) ашағы ендирилмәли икән үч рәгәм (284) ендирилмишдир. Шагули хәттин сол тәрәфиндә, гајдаја көрә алынан 2-нин ики мисли јазылмалы икән, гајдаја мүвафиг олмајан тәсадүфи әдәд (71) јазылмышдыр. Шакирдә көрә, әлбәттә, бу әдәд (71) тәсадүфи әдәд дејилдир. О, бурада 284-үн мүрәккәб бөләнләриндән бирини тапмышдыр. 284 әдәдини 71-ә бөлдүкдә 4 алыныр. Бурада јенә гајда позулмушдур. Белә ки, 71 әдәди 4-ә вурулмушдур.

Верилән әдәддән көк алмаг үчүн әдәди һәрәсиндә ики рәгәм олмагла сағдан груплара ајырмаг кими мүһүм хассә нәзәрә алынмамышдыр. Бунун нәтичәсиндә дә шакирд груплары ашағыја көчүрмә гајдасына риајәт

етмәмишдир. О, биринчи дәфә ашағыја үч рәгәм (284), икинчи дәфә бир рәгәм (9) көчүрмүшдүр. Сонунчу мәрһәләдә шакирд 9-ун нәјә бөлүндүјүнү ахтармыш вә тапмышдыр ки, о, 4-ә бөлүнүр. Сонра 4-ү 2-јә она көрә вурмушдур ки, һасили 9-дан чыха билсин, чүнки 4-ү 2-дән бөјүк һансы әдәдә вурса иди, 9-дан чыха билмәјәчәкди. Ахырынчы мәрһәләдә дә шакирдин һәрәкәти гајдаја ујғун дејилдир. Беләликлә, шакирдин фикри фәалијјәтинин мәһсулу ајдын сурәтдә көстәрир ки, о, көкалма просесинин мәзмунуну дәрк етмәмишдир. Бөлмә әмәли саһәсиндә газанмыш олдуғу көһнә вәрдиш, көкалма әмәли саһәсиндә газанылан јени вәрдишин тәшәккүл тапмасына мане олмушдур.

Көкалма просесинин ајры-ајры мәрһәләсиндә бурахылан сәһвин маһијјәти ондан ибарәтдир ки, шакирдләр әдәдин нөвбәти групуну ашағы көчүрүр, „бәрабәр ишарәсиндән сонракы әдәдин ики мислини ашағы көчүрүлмүш әдәдин (шагули дүз хәттин) солунда јазыр, сағдакы әдәддән (сағдан) бир рәгәм ајырыр, анчаг јени гисмәт тапмагда вә ону ики јердә һәм бөләнин сағында, һәм дә онун алтында јазмагда чәтинлик чәкир. Һәмин әдәди дүзкүн тапа билмәдији үчүн тапдығы тәсадүфи әдәдләри бир нечә дәфә позмалы олур.

Бу һала биз експериментал синифдә дә чох тез-тез тәсадүф едирдик. Шакирдләрин бә'зиләри һәр мәрһәләдә ахтардығы јени гисмәти асан тапа билмирдиләр.

Бундан башга, шакирдләрин бир һиссәси верилән әдәди, һәрәсиндә ики рәгәм олан груплара ајырмаг ишиндә чәтинлик чәкирләр. Бу да там әдәдләрлә ваһиддән бөјүк вә ваһиддән кичик онлуг кәсрләрин ики-ики груплара ајрылмасында олан башлыча фәргдән ирәли кәлир. Шакирдләрин хејли һиссәси квадрат көкү алынан әдәдин там әдәд, ваһиддән бөјүк вә ја ваһиддән кичик әдәд олмасыны нәзәрә алмадан, сағдан башлајараг ики-ики груплара ајырырлар. Мүәллим там әдәдлә кәср әдәдләрин груплара ајрылмасында мөвчуд олан фәргин мәзмунуну шакирдләрә изаһ етмәли, онлардакы ајры-ајры маһијјәтин дәрк едилмәсинә чалышмалыдыр.

Әдәдләрдән квадрат көк аларкән шакирдләрин гаршылашдыглары чәтинликләри өјрәндикдән сонра, 31 нөмрәли база мәктәбинин експериментал синфи олан VIII „б“ синфиндә бу чәтинликләри еһтијатла нәзәрә алан өјрәдичи експеримент гојдуг. Тә'лим просесиндә

шакирдләрин диггәтини, мүнтәзәм сурәтдә чәтинлик јарадан, бир-биринә мәнфи тә'сир едән чәһәтләрин үзәринә чәлб етдик. Өјрәдичи експериментин ардынча гојдуғумуз јохлајычы експериментин нәтичәләри көстәрди ки, шифаһи апарылан сорғуда лөвһәдә мүхтәлиф мисаллар һәлли просесиндә шакирдләр елә бир чидди чәтинликләрлә гаршылашмадылар.

Експериментал синифдә охујан шакирдләрин квадрат көкалма гајдасыны вә онун бүтүн мәзмунуну нечә мәнимсәдикләрини јохламаг мәгсәди илә ашағыдакы ики вариантда јазы иши кечирдик.

I вариант

а) Ашағыдакы әдәдләрдән квадрат көк алын:

22 562 500;
2 105 401;
0,00002401:
19,0969;

б) 8-ин 0,01-ә гәдәр дәгигликлә квадрат көкүнү алын.

в) Ашағыдакы тәнлији һәлл един:

$$9x^2 - 325 = 4x^2$$

II вариант

а) Ашағыдакы әдәдләрдән квадрат көк алын:

3 587 236;
5 616 900:
0,00005329;
19,9809;

б) 7-нин 0,01-ә гәдәр дәгигликлә квадрат көкүнү алын.

в) Ашағыдакы тәнлији һәлл един:

$$13x^2 - 19 = 7x^2 - 5.$$

Синифдә бу јазы ишини 35 шакирд јазды. Онлардан: 18 нәфәри „5“, 10 нәфәри „4“, 3 нәфәри „3“ вә 4 нәфәри „2“ гијмәти алды.

Јазы ишиндән „3“ гијмәти аланларын етдији сәһвләр белә олмушдур. Бу шакирдләрдән бири Ә. 0,00002401 әдәдинин квадрат көкүнү аларкән веркүлдән сағдакы дөрд сыфры нәзәрдә тутмадығындан чавабда 0,49 алмышдыр.

О, һәм дә 8-ин квадрат көкү олан әдәддә веркүлүн јерини мүәјјән едә билмәмиш, чавабда 2,82 әвәзинә 282 алмышдыр. Икинчи шакирд Д., 0,00005329-ун квадрат көкүнү аларкән, веркүлдән сағ тәрәфдәки сыфырларын дөрдүнү дә чаваба көчүрмүшдүр. Сонра 19,9809-ун квадрат көкүндә тапдығы јени гисмәтләри бәрабәр ишарәсинин гаршысына көчүрмәмишдир. Үчүнчү шакирд А., верилән мисаллардан 2-сини һәлл етмәмишдир.

Јазы ишиндән „2“ гијмәти алан шакирдин бириси (М.) көк аларкән тапдығы јени гисмәтләрин һеч бири-

ни јухарыда бәрабәр ишарәсинин гаршысына көчүрмәмиш вә јалныз үч мисал һәлл етмишди. Бу шакирдләрдән икинчиси (В.) јухарыда дедијимиз кими, көкү алынан әдәдин јанындакы сыфырларын һамысыны алынан көкүн јанына көчүрмүшдү. Мәсәлән, 5 616 900 әдәдиндән квадрат көк аларкән чавабда 2370 әвәзинә 23 700 алмышдыр. 0,00005329 әдәдиндән көк аларкән 0,0073 әвәзинә 0,000073 алмышдыр. О, мисалларын чохуну да һәлл етмәмишди.

Шакирдләрдән үчүнчүсү (О.) чәми үч мисал һәлл етмишдир. Бу мисаллардан бириндә групларa ајырмадан әдәдләрин көкүнү алмыш, көкдә алынан әдәдләрин һамысыны бәрабәрлик ишарәсинин габағында јазмыш, үчүнчү мисалда 0,00005329-ун көкүнүн јанына 4 сыфыр јазмышдыр. Нәһајәт дөрдүнчү шакирд (С.) мисалларын һамысыны һәлл етмәјә чалышмыш, лакин биринчи үчүнүн көкү дүзкүн алынмамышдыр. Һәмин мисалларын үчүнү дә шакирдин һәлл етдији кими веририк:

1) $\sqrt{22'56'25'00} = 473;$

$$\begin{array}{r|l} & 16 \\ \hline 87 & 625 \\ 7 & 609 \\ \hline 945 & 4725 \\ 5 & 4725 \\ \hline & 0 \end{array}$$

2) $\sqrt{0{,}0000240 1} = 0{,}49$

$$\begin{array}{r|l} & 16 \\ \hline 89 & 801 \\ 9 & 801 \\ \hline & 0 \end{array}$$

3) $\sqrt{2'10'54'01} = 1{,}451$

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ \hline 24 & 110 \\ 4 & 96 \\ \hline 285 & 1454 \\ 5 & 1425 \\ \hline 2901 & 2901 \\ 1 & 2901 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Јазыдан „4“ гијмәти алан шакирдләр јалныз диггәтсизлик үзүндән сәһв бурахмышлар. Мәсәлән, бу шакирдләрдән икиси (В. вә Н.) алдыглары квадрат көкүн бүтүн рәгәмләрини бәрабәр ишарәсинин гаршысына көчүрмәмишләр. Шакирдләрдән дикәр икиси (Ә. вә А.) тәнлији һәлл едәркән x^2-нын 25-ә бәрабәр олдуғуну ($x^2 = 25$) тапмышлар, сонра исә $x = 25$ јазмышлар. Бурада квадрат көкалма унудулмушдур.

Експериментал синифдәки шакирдләрин бурахдығы сәһвләри јени категоријалардан һесаб етмәк олар. Онлардан биринчиси, көкү алынан әдәддә олан сыфырларын һамысыны көкүн јанына көчүрмәкдир. Бу һал бөлмә әмәлиндә бөлүнәнин сағ тәрәфиндәки сыфырларын һамысынын гисмәтә көчүрүлмәси гајдасынын көкалма әмәлинә механики сурәтдә тәтбигиндән башга бир шеј дејилдир. Көкалма әмәлиндә шакирд көһнә тәсәввүрү илә ујғун кәлмәјән, ики сыфрын бирини вә ја дөрд сыфрын икисини көкүн јанында јазма факты илә фикрән разылаша билмир. Она көрә дә көһнә тәсәввүрүнә истинад едәркән бүтүн сыфырлары әдәдин квадрат көкүнүн јанына көчүрүр.

Сәһвин икинчи категоријасы көкалма просесиндә квадрат көкүн бүтүн рәгәмләринин, бәрабәрлик ишарәсинин гаршысында јазылмамасыдыр. Бу да бөлмә әмәлиндә өјрәнилән гајдаја ујғун кәлмәдији үчүн баш верир. Бу сәһвләрин һәр икиси тәһлүкәлидир. Мүәллим belә сәһвләрин гаршысыны дәрһал алмаға чалышмалыдыр, чүнки һәр ики һалда әдәдин һәгиги квадрат көкү чавабда көрүнмүр. Чавабда алынан әдәди квадрата јүксәлтдикдә квадрат көкү алынан әдәдә бәрабәр олмајыр ки, бу да бөјүк сәһвдир.

Експериментал синифдә кечирилән јазы ишинин јекуну синифдә е'лан едәркән, шакирдләр тәрәфиндән бурахылан һәр ики характерли сәһви синифдә мүзакирә етмәји лазым билдик. Лөвһәјә јазы ишиндән пис гијмәт алан шакирдләрдән Б. чағрылды. Әввәлчә, сонунда ики сыфыр олан чохрәгәмли там әдәддән квадрат көк алмаға аид бир мисал верилди. Б. јазы дәфтәриндә етдији кими, бурада да верилән әдәддән квадрат көк алды, лакин ики ахырдакы сыфры јенә көкүн јанына көчүрдү. Сонра шакирддән һәллин дүз олуб-олмадығынын јохланмасы тәләб едилди. Әдәддән алдығы көкү квадрата јүксәлтди, она верилмиш әдәддән чох бөјүк бир әдәд алды. Бурада шакирд өз сәһвини баша дүшдү. Сонра һәмин шакирдә веркүлдән сағ тәрәфдә дөрд сыфры олан ваһиддән кичик бир онлуг кәср верилди. Шакирд бу әдәддән мүвәффәгијјәтлә квадрат көк алды. Бу сәһвләрин көк салмасына имкан вермәмәк мәгсәди илә јазы ишиндән „2" гијмәти алмыш галан үч шакирд дә лөвһәјә чағырылды вә бунлара да өз сәһвләри илә ујғун олан мисаллар һәлл етдирилди.

Белә бир ишин нәтичәсиндә јазы ишиндә бурахылан әсас сәһвләрин нәдән ибарәт олдуғуна шакирдләрин диггәти чәлб едиләрәк, бунларын арадан галдырылмасы јоллары бүтүн шакирдләрә өјрәдилди. Бурахылан сәһвләрин маһијјәти вә јаратдығы чәтинлик шакирдләрә изаһ едилмәклә, онларда дүзкүн тәсәввүр јарадылды.

Тә'лим просесиндә әдәддән квадрат көк алмағы шакирдләрә даһа да дәриндән мәнимсәтмәк үчүн әмәлин кедиши өјрәдилдикдән сонра онун сөзлә ифадәси шакирдләрә мүфәссәл сурәтдә јаздырылды. Сонра исә көкалма әмәлинин кедиши илә онун сөзлә ифадәсини ејни вахтда ичра етмәк тәләб едилди. Бу заман шакирд һәр һансы бир әдәддән квадрат көк аларкән ичра етдији гајданы әјани сурәтдә көрәрәк гавраjыр вә һәмин һәрәкәт үсулуну сөзлә ифадә етмәклә көкалма просесинин кедишини дә ешидәрәк гавраjыр. Демәк, шакирд бир фәалијјәт просесиндә һәм көрмә, һәм дә ешитмә гавраjышы газаныр. Ејни бир һәрәкәт үсулу әтрафында газанылан ики гавраjыш идрак просесиндә мөһкәм тәсәввүрүн јаранмасында олдугча бөјүк әһәмијјәтә маликдир. Буна көрә дә әдәддән квадрат көкалманы шакирдләрә дәриндән мәнимсәтмәк үчүн, мүәллим онларда белә гавраjышларын јаранмасына тә'лим заманы хүсуси диггәт вермәлидир.

Сәккизинчи синиф шакирдләри һәлә алтынчы синифдә охујаркән расионал әдәд анлајышы илә таныш олмушлар. Сәккизинчи синифдә исә һәмин шакирдләр иррасионал әдәд анлајышы илә дә таныш олур вә расионал әдәдләр һаггында малик олдуглары анлајышы өз һафизәләриндә мөһкәмләндирирләр. Бундан сонра бир-бириндән әсасән ики башланғыч һәрфи („ир" һәрфләри) вә сәси илә фәргләнән бу ики мүхтәлиф әдәдин мәзмунларыны шакирд өз тәфәккүрүндә чәтин фәргләндирир. Бу синифдә шакирдләрә „һансы әдәдләрә расионал вә ја иррасионал әдәдләр дејилир?"—суалы верилдикдә, онлар буну әсасән көкү алыныб-алына билинмәјән әдәдләрлә бағлајырлар.

Шакирдләрин расионал вә иррасионал әдәд анлајышларыны нә дәрәчәдә мәнимсәмәләрини вә бу анлајышлары нечә фәргләндирмәләрини өјрәнмәк мәгсәди илә, ајры-ајры мүәллимләрин дәрс дедикләри сәккизинчи синифләрин үчүнүн һәрәсиндән јахшы охујан 5 шакирд

ајрылды вә бу шакирдләрә фәрди сурәтдә ашағыдакы суаллар верилди:

1. Расионал әдәдләр һансы әдәдләрә дејилир?

2. Иррасионал әдәдләр һансы әдәдләрә дејилир?

3. Расионал вә иррасионал әдәдләрин бир-бириндән фәрги нәдир?

4. Ики иррасионал әдәддән һансы бөјүкдүр?

Суалларын мүзакирәсиндә чәми 15 шакирд иштирак едирди. Бунлардан беш нәфәри алтынчы синифдә өјрәндикләри тә'рифә ујғун ашағыдакы чавабы вердиләр: „Сыфыр, мәнфи, мүсбәт, кәср кими әдәдләрә расионал әдәдләр дејилир". Ики шакирд исә „јадымдан чыхыб"— дејә, һәмин суала чаваб вермәкдән имтина етди. Галан шакирдләрдән ики нәфәри „көк алтында олмајан әдәдләрә", үч шакирд исә „көкү алынан әдәдләрә", даһа икиси „там әдәдләрә" вә бир нәфәри исә „көкалты ифадәләрә" расионал әдәдләр дејилдији барәдә чаваблар вердиләр.

Икинчи суала јухарыда гејд едилән беш нәфәрин дөрдү дүзкүн оларағ: „дөври олмајан сонсуз онлуг кәсрләрә иррасионал әдәдләр дејилир", чавабыны верди. Галан 11 шакирдин чавабы мүхтәлиф характердә олду. Мәсәлән, онлардан дөрд нәфәри: „көкү алынмајан әдәдләрә иррасионал әдәдләр дејилир", ики нәфәри: „көк алтында олан әдәдләрә иррасионал әдәд дејилир", чавабыны вердиләр. Бир нәфәри сонсуз онлуг кәсрләри, бир нәфәри исә мәхрәчиндә радикал олан әдәдләри иррасионал әдәд адландырды. Галан үч нәфәр исә „јадымдан чыхмышдыр", чавабыны верди.

Беләликлә, 15 шакирддән расионал вә иррасионал әдәд анлајышларыны мәнимсәјән вә онлары бир-бириндән фәргләндирән јалныз дөрд нәфәр олмушдур. Галан 11 нәфәр бу ики анлајышы бир-бириндән фәргләндириб, сөзлә ифадә едә билмәмишдир. Һәлә ријазијјатдан јахшы гијмәтләр алан 15 шакирддән 11-нин нитгиндән иррасионал вә расионал әдәдләр һаггында ешидилән белә мүхтәлиф вә долашыг чаваблар тәсдиг едир ки, тә'лим просесиндә мүәллим шакирдләрин диггәтини бу ики анлајышын үмуми вә хүсуси хассәләринә чәлб етмәмишдир. Шүурун јеканә гапысы сајылан диггәтин, һәм дә ихтијари диггәтин, там иштиракы олмадан газанылан јарымчыг гаврајышлар, шүбһәсиз, шакирдин

бејниндә ајдын олмајан, думанлы тәсәввүрүн јаранмасына сәбәб олачагдыр. Демәк, шакирдин бејниндә бу анлајышлар нечәдирсә, нитгиндә ифадәси дә она мүвафиг олачагдыр.

Мүәллим расионал вә иррасионал әдәд анлајышларыны шакирдләрә мәнимсәтмәк үчүн бунларын һаггында синхроник гаврајышлар јаратмалыдыр. Бу мәгсәдлә лөвһә ики һиссәјә ајрылмалы, бунлардан биринчи һиссәнин јухарысында „расионал әдәдләр", о бирисинин јухарысында исә „иррасионал әдәдләр" сөзү јазылмалыдыр. Мүәллим бу сәрлөвһәләр алтында јазылмыш ики груп әдәди бир-бири илә мүгајисә едиб, араларындакы фәрги көстәрмәли вә сонра тә'рифләрини вермәлидир. Бу заман шакирдин көрмә гаврајышы илә ешитмә гаврајышы синхроник (паралел) гаврајышлар олмагла, бу анлајышларын ајры-ајрылыгда мөһкәмләнмәсинә вә бир-бириндән асанлыгла фәргләндирилмәсинә әсаслы сурәтдә јардым едәчәкдир.

Тә'лим просесиндә шакирдә белә синхроник гаврајышлар газандырмадыгда шакирд бу ики әдәд анлајышы арасындакы фәрги фикрән көрә билмир. Јухарыдакы суаллардан үчүнчүсүнә верилән чаваблар бу факты тамамилә тәсдиг едир. Һәмин шакирдләрдән дөрд нәфәри, „расионал вә иррасионал әдәдләрин бир-бириндән фәрги вармы?" суалына һеч бир чаваб верә билмәмишдир. Галан 11 шакирд алты мүхтәлиф чаваб вермишдир. Мәсәлән, шакирд Р. бу суала чаваб верәркән дејир: „расионал әдәдләр көк алтында олур, иррасионал әдәдләр көк алтында олмур". Шакирд А. „расионал әдәдләр мә'лумдур, иррасионал әдәдләр исә дәгиг дејилдир", Ә.-нин дә чавабы тәхминән бу мәзмундадыр: „биринин көкү там алыныр, дикәринин көкү тәгрибән алыныр". Даһа ики шакирдин чавабы тәхминән ашағыдакы мәзмуну верир: „биринчинин дөврү јохдур, икинчинин дөврү вардыр" вә с.

Он бир шакирдин бу алты мүхтәлиф чавабы көстәрир ки, шакирдләр бу әдәдләрин фәргини асан дәрк едә билмирләр, ону мәнимсәмәкдә хејли чәтинликлә гаршылашырлар. Бу чәтинликләр тә'лим просесинин кејфијјәтли тәшкил едилмәмәсиндән, бу чәһәтләрин үзәринә шакирдләрин диггәтинин чәлб едилмәмәсиндән јараныр ки, белә бир һал онларда бу һагда конкрет тәсәввүр јаратмыр.

Ахырынчы суала верилән чаваблары нәзәрдән кечирәк. Бу суалда, јухарыда көстәрилдији кими, ики иррасионал әдәддән һансынын бөјүк олмасы сорушулур. Лакин иррасионал әдәдләр ашкар шәкилдә верилмир. Демәли, бу суалла шакирдләрин иррасионал әдәдләрә аид малик олдуглары нәзәри билијин вәзијјәти јохланылыр. Әкәр шакирд, доғрудан да, нәзәри чәһәтдән ики иррасионал әдәдин һансынын бөјүк олмасыны әсасландыра билсә, бу мүгајисәни фикрән апарса, ону тәчрүбәјә дә асан тәтбиг едәр.

Бу суала анчаг бир шакирд дүзкүн чаваб верди. Галан 14 шакирдин чавабларындан хејли һиссәси мәнтигсиз чаваблар олмушдур. Мәсәлән, VIII „а“ синфинин шакирди Р. һәмин суала белә чаваб верир: „онлуг һиссәләри кичик олан, бөјүкдүр“, јахуд, VIII „б“ синфинин шакирди Д. дејир: „$\sqrt{20} > \sqrt{17}$“ вә јахуд М. „$7 > 5$“, С. исә, белә чаваб верир: „радикал алтында кичик олан әдәд бөјүкдүр“ вә с. Беләликлә, 9 шакирдин чавабы бу чүр тәсадүфи чаваблар олмушдур. Шакирдләрин беши исә суала чаваб вермәкдән бојун гачырды.

Көкалманын башга мәсәләләрини өјрәнәркән тәртиб едилән протокола шакирдләрин иррасионал әдәдләрә аид тәчрүби биликләрини јохламаг мәгсәди илә бир суал да дахил едилди. Бу суалда шакирдләрә ики иррасионал әдәддән һансынын бөјүк олмасыны тапмаг тәләб едилирди.

Ијирми беш шакирд 2,745037... вә 2,745029... иррасионал әдәдләрини мүгајисә едәрәк, 16-сы биринчи әдәдин, 9-у исә икинчи әдәдин бөјүк олмасыны сөјләдиләр. Көрүндүјү кими, чаваб вермәкдән бојун гачыран олмамышдыр. Бу вәзијјәти онунла изаһ етмәк олар ки, мүгајисәси тәләб едилән әдәдләрин һәр икиси шакирдин көзү гаршысындадыр. Шакирд бунлары гаврајыр, онлары мүгајисә етмәкдән исә һеч вахт бојун гачыра билмәз. Мүгајисәнин дүзкүн олуб-олмамасы онун билијинин мөһкәмлијиндән асылыдыр.

Јухарыда дејилдији кими, шакирдләрин 16-сы 2,745037...-ин, 9-у исә 2,745029...-ун бөјүк олдуғуну сөјләмишдир. 2,745029-ун бөјүк олдуғуну сөјләјән 9 шакирдин һеч бириси өз фикринин дүзкүнлүјүнү тәсдиг едә билмәди, јалныз садәчә олараг бу әдәдин бөјүк олмасында исрар етди. 16 нәфәрин 12-си дә 2,745037... әдә-

динин бөјүк олмасыны сөјләди вә ону тәсдиг едән дәлилләр кәтирмәди. Галан дөрд нәфәрдән икиси тәхминән белә чаваб верди: „Ахырынчы ики рәгәми бөјүк олдуғуна көрә биринчи әдәд бөјүкдүр“. Галан ики шакирд (Д. вә Б.) өз фикирләрини әсасландырмаға чалышдыларса да, чавабларындакы сөзләр арасында мәнтиги рабитә јох иди. Онлардан Д. һәмин суала белә чаваб верди: „2,745037... иррасионал әдәди, 2,745029... әдәдиндән бөјүкдүр, чүнки 1 000 000-луглары 100 000-ликләри, 10 000-ликләри, 1000-ликләри, 100-лүкләри бир-биринә бәрабәр олан ики әдәдин һансынын 10-луг вә тәкликләри бөјүкдүрсә, о иррасионал әдәд бөјүкдүр.“ Шакирд Ә. белә чаваб верди: „$2{,}745037... > 2{,}745029...$ чүнки ики иррасионал әдәддән һансынын $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ $\frac{1}{10\,000}$-ләри бәрабәр вә галан һиссәси бөјүк оларса, о әдәд бөјүкдүр“.

Бу сонунчу ики шакирдин вердији чавабландакы мәзмун тәхминән һәм бир-биринә јахындыр, һәм дә онлуг кәсрләрлә ифадә едилән иррасионал әдәдләрин мүгајисәсиндә гәбул едилән мүгајисә истигамәтинин тәрсинәдир. Һәм онлуг кәсрләри, һәм дә онлуг кәсрләрлә ифадә едилән иррасионал әдәдләри бөјүк мәртәбә ваһидләриндән башлајараг кичик мәртәбәләрә кечмәклә мүгајисә етмәк лазым икән бу шакирдләр мүгајисәни сағдан сола доғру апармышлар.

Бәс бунун сәбәби нәдир? Нә үчүн шакирдләр ики иррасионал әдәдин мүгајисәсини апараркән чәтинликләрлә гаршылашырлар? Бунун сәбәбини һеч дә шакирддә ахтармаг олмаз. Бунун әсил сәбәбини мүәллимин тәшкил етдији тә'лим просесинин кејфијјәтиндә ахтармаг лазымдыр. Мүәллим тә'лим етдији һәр јени материалы әввәлләр, кечилән, мәнимсәнилән материалларла мүгајисәли сурәтдә өјрәтмәлидир. Јени материал илә көһнә материал арасында әлагә јаратмалыдыр. Бу заман шакирдләр јени кечилән дәрсин маһијјәтини дәриндән мәнимсәјә биләрләр.

Ики иррасионал әдәдин мүгајисәсини өјрәдәркән мүәллим шакирдләрә бешинчи синифдә өјрәдилмиш онлуг кәсрләрин мүгајисәсини хатырлатмалы, бунларын арасында ејнилик јаратмалыдыр, чүнки онлуг кәсрләрин мүгајисәси, онлуг кәсрләрлә ифадә едилән иррасионал

әдәдләрин мүгајисәсинин тамамилә ејнидир. Шакирд кечмишдә газанмыш олдуғу вәрдиши чәтинлик чәкмәдән бураја көчүрәчәк вә ики иррасионал әдәди асанлыгла мүгајисә едәчәкдир. Демәк, ики иррасионал әдәдин мүгајисәсини өјрәдәркән мүәллим белә бир ејнилији јаратмамышдыр. Она көрә дә бу јени анлајышын мәнимсәнилмәсинә онлуг кәсрләрин мүгајисәсиндә газанылан вәрдишин мүсбәт тә'сири олмамышдыр.

III ФӘСИЛ

ИРРАСИОНАЛ ИФАДӘЛӘРИ ЧЕВИРМӘНИН МӘНИМСӘНИЛМӘСИ ПСИХОЛОКИЈАСЫ[1]

Иррасионал бирһәдлиләр вә чохһәдлиләр үзәриндә әмәлијјат апармагда чәтинликләрлә гаршылашмамаг үчүн, шакирдләр иррасионал ифадәләрин өзүнә мәхсус бә'зи гајдаларыны өјрәнмәлидирләр. Шакирдләр иррасионал ифадәләрин ашағыдакы чеврилмәләрини өјрәнирләр: 1) радикалын әсас хассәси вә бундан чыхан үч нәтичә, 2) һасил, кәср вә гүввәтдән һесаби көкалма, 3) радикалларынән садә чеврилмәләри: а) вуругларын радикал ишарәси харичинә чыхарылмасы, б) вуругларын радикал ишарәси алтына салынмасы, в) кәсрләрин мәхрәчини иррасионаллыгдан гуртармаг, г) радикалларын охшар һала салынмасы вә с.

Шакирдләр иррасионал ифадәләрин чеврилмәсини мәнимсәмәдән, иррасионал бирһәдли вә чохһәдлиләр үзәриндә әмәлләр едә билмәзләр. Буна көрә дә јухарыда көстәрилән чеврилмәләр шакирдләрә иррасионал бирһәдли вә чохһәдлиләр үзәриндә әмәлләрдән габаг өјрәдилир.

Иррасионал ифадәләрин чеврилмәси мөвзусуну өјрәнәркән, шакирдләр апардыглары әмәлијјатын ики характери илә гаршылашырлар. Онлардан биринчиси, бир радикал дахил олан иррасионал ифадәнин дахилиндә апарылан әмәлијјатдыр; бу әмәлијјаты биз „ифадәдахили“ әмәлијјат адландырырыг. Икинчиси, һәр бириндә бир вә ја бир нечә радикал олан вә бир нечә әмәллә бир-биринә бағлы олан ифадәләр арасында апарылан әмәлијјатдыр ки, буну „ифадәләрарасы“ әмәлијјат адландырырыг. Ону да гејд етмәк лазымдыр ки, ифадәләрарасы әмәлијјат ифадәдахили әмәлијјата нисбәтән хејли мүрәккәб олуб, ифадәдахили әмәлијјаты да әһатә едир. Ифадәдахили әмәлијјат нәдән ибарәтдир? Ифадәдахили әмәлијјатда ичра едилән бүтүн әмәлләр анчаг бир ифадә дахилиндә апарылыр. Мәсәлән, верилмиш $y\sqrt{\frac{3x}{49ay^2}}$ ифадәсиндә көкалты ифадәни мәхрәчдән гуртармаг тәләб олунур. Бунун үчүн көк алтындакы кәсрин сурәт вә мәхрәчини елә бир вуруға вурмаг лазымдыр ки, мәхрәчдән һәмин гүввәтдән (һазыркы мисалда квадрат гүввәтдән) көк алынсын. Бунун үчүн ашағыдакы һәрәкәт үсулу тәтбиг едилир:

$$1)\ y\sqrt{\frac{3x}{49ay^2}} = y\sqrt{\frac{3x\cdot a}{49ay^2\cdot a}} = y\sqrt{\frac{3ax}{49a^2y^2}} = \frac{y\sqrt{3ax}}{7ay} = \frac{y}{7ay}\sqrt{3ax} = \frac{1}{7a}\sqrt{3ax}$$

Башга бир мисал көтүрәк: $2ab\sqrt{\frac{1}{2}a}$. Бу мисалда радикалын габағында дуран вуруглары радикал ишарәси алтына салмаг тәләб олунур. Бу, ашағыдакы гајда илә едилир:

$$2)\ 2ab\sqrt{\frac{1}{2}a} = \sqrt{(2ab)^2\cdot\frac{1}{2}a} = \sqrt{4a^2b^2\cdot\frac{1}{2}a} = \sqrt{2a^3b^2}$$

вә с.

Бурадан көрүндүјү кими, истәрсә биринчи вә истәрсә дә икинчи мисалын һәллиндә ишләдилән чевирмәләр бир ифадәнин дахилиндә апарылды. Она көрә дә бу әмәлијјат өз характеринә көрә ифадәдахили әмәлијјат адландырылмышдыр.

Иррасионал ифадәләрин чеврилмәси мөвзусунда ифадәдахили әмәлијјатын шакирдләр тәрәфиндән нә дәрәчәдә мәнимсәнилмәсини јохламаг мәгсәди илә, контрол синифләрдә 25 шакирдин једди суал әтрафын-

[1] Бу мөвзу кечмиш ониллик мәктәбин 8-чи синифиндә кениш һәчмдә тәдрис едилирди. Һазыркы 8 иллик вә онбириллик мәктәбләрин 8-чи синифләринин ријазијјат програмында бу мөвзу бир гәдәр ихтисар едилмишдир. Биз бу һиссәни јени ријазијјат програмына әсасән ујғунлашдырараг, шакирдләрин гаршылашдыглары бир сыра чәтинликләрин психоложи тәһлилини вермишик.

да чавабларыны топладыг. Бу чаваблары топламагдан мәгсәд ондан ибарәт олмушдур ки, шакирдләрин һасилдән, гүввәтдән нечә көк алмалары, вуругларын радикал ишарәси алтындан чыхарылмасы, вуругларын радикал ишарәси алтына салынмасы, радикалларын охшар вәзиjjәтә кәтирилмәси кими ифадәдахили әмәлиjjаты нә дәрәчәдә дүзкүн апармалары вә нә кими чәтинликләрлә гаршылашмалары мүәjjәнләшдирилсин.

25 шакирдин габагчадан һазырланмыш суаллара вердиjи чавабларда, онларын гаршылашдыглары чәтинликләр гисмән мүәjjәнләшдирилди. Һәмин суаллара алынан чавабларын вә һәмчинин шакирдләрин гаршылашдыглары чәтинликләрин психоложи тәһлилини нәзәрдән кечирәк.

Биринчи суалда шакирдләрә радикал алтында әдәди вуруглардан ибарәт олан һасилдән мүхтәлиф гүввәтдән көк алмаjа аид беш мисал верилди. Бунлар ашағыдакылардыр:

$$\sqrt{16\cdot25\cdot9};\quad \sqrt{49\cdot36\cdot100};\quad \sqrt[3]{8\cdot27};\quad \sqrt[4]{16\cdot81};\quad \sqrt[5]{32\cdot243}.$$

Шакирдләрдән тәләб едилди ки, көк алтындакы һасилдән радикалын үстүнә уjғун олараг көк алсынлар. 25 шакирдин 19-у суалын тәләбинә уjғун олараг һәрәкәт етди, вуругларын һәр бириндән аjры-аjры радикалын үстүнә уjғун олараг көк алды. Алты шакирд исә чавабларында кобуд сәһвләрә јол верди.

Шакирдләрдән үчүнүн бурахдығы сәһв ондан ибарәт олмушдур ки, онлар һәмин вуруглардан радикалларын үстүнә уjғун олараг көк алмыш, лакин бүтүн мисалларда алдыглары вуругларын өзләрини дә тәзәдән радикал ишарәси алтында јазмышлар, јени радикалларын үсту исә һәр јердә квадрат гүввәтдән көтүрүлмүшдүр. Мәсәлән, Р. һәмин суала ашағыдакы чавабы вермишдир:

$$\sqrt{16\cdot25\cdot9}=\sqrt{4\cdot5\cdot3};\quad \sqrt{49\cdot36\cdot100}=\sqrt{7\cdot6\cdot50};$$

$$\sqrt[3]{8\cdot27}=\sqrt{2\cdot3};\quad \sqrt[4]{16\cdot81}=\sqrt{2\cdot3};\quad \sqrt[5]{32\cdot243}=\sqrt{2\cdot3}.$$

Галан ики шакирддән (З. вә С.-дән) дә тәгрибән беләбир мәзмунда чаваб алынмышдыр. Шакирдләрдән Ф., биринчи үч радикал алтындакы вуруглардан дүзкүн көк алмыш, сонракы ики радикалдан исә дүзкүн көк

ала билмәмишдир. О, радикал алтындакы һасилдән ашағыдакы гајдада көк алмышдыр:

$$\sqrt[4]{16\cdot81}=2\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3;\quad \sqrt[5]{32\cdot243}=2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3.$$

Шакирдин бу фәалиjjәтиндән көрүндүjү кими, дөрдүнчү гүввәтдән верилмиш радикалын алтындакы вуругларын бириндән (16-дан) көк алмыш, икинчи вуруғу, 81-и исә әсли вуруглар шәклиндә геjд едәрәк, ондан көк алмамышдыр. Бешинчи гүввәтдән верилән радикалын исә һәр ики вуруғуну әсли вуруглар шәклиндә радикалсыз көстәрмишдир.

Галан ики шакирдин вердиjи чаваб суалын мәзмуну илә уjғун кәлмәjән сырф тәсадүфи чаваблардыр. Шакирдләрдән А. һәмин мисаллары белә һәлл етмишдир:

$$\sqrt{16\cdot25\cdot9}=1800^2;\quad \sqrt{49\cdot36\cdot100}=88450^2,\quad \sqrt[3]{8\cdot27}=72^3.$$

О, дикәр мисаллары һәлл етмәjәрәк: „галанлары да бунун кими" деjиб, чавабы битмиш һесаб етмишдир.

Б. исә һәмин мисаллара ашағыдакы чаваблары тапмышдыр:

$$\sqrt{2170};\quad \sqrt{49395};\quad \sqrt{168};\quad \sqrt{5084};\quad \sqrt{38880}.$$

Бу сонунчу шакирдләрин тапдыглары чаваблар она көрә тәсадүфи һесаб едилир ки, онлара верилмиш радикалларын алтындакы вуругларын һеч биринин һасили бунларын тапдыглары рәгәмләрлә уjғун кәлмир. Һәр икисинин көтүрдүjү әдәдләр истәнилән ихтиjари әдәдләрдир вә бунларын чавабла һеч бир әлагәси јохдур. Икинчи суалда шакирдләрә гүввәтдән көк алмаға аид ашағыдакы мисаллар верилир:

$$\sqrt{2^4};\quad \sqrt{2^6};\quad \sqrt{2^8};\quad \sqrt[3]{2^6};\quad \sqrt[k]{m^{5k}}.$$

Бу суала 25 шакирдин 11-и тамамилә дүзкүн чаваб верди. Онлар гүввәтдән көк алмаг үчүн тәләб олунан һәрәкәт үсулуну олдугча дүзкүн ичра етдиләр. Көкалты әдәдин үстүнү көкүн үстүнә бөләрәк нәтичәни көксүз јаздылар. 14 шакирд исә суала там чаваб верә билмәди.

Һәмин суала там чаваб верә билмәjән 14 шакирдин 3-ү ахырынчы радикалын алтында верилмиш гүввәтдән дүзкүн көк ала билмәмишдир. Бунлардан икиси чаваб-

да „l к“, бири исә $\sqrt{m^5}$ алмышдыр. Дөрд шакирд јалныз биринҹи радикалын ҹавабыны дүзкүн тапмыш, галан радикалларда гүввәтдән көк аларкән дүзкүн һәрәкәт едә билмәмишдир. Мәсәлән, Ә. суала ҹаваб верәркән ашағыдакы кими һәрәкәт етмишдир:

$$\sqrt{2^4} = 4; \quad \sqrt{2^6} = 6; \quad \sqrt[3]{2^6} = 12;$$
$$\sqrt[4]{2^8} = 16; \quad \sqrt[к]{m^{5к}} = 5m.$$

О, әксәр мисалларда әсасы үстә вурмушдур. А. исә ашағыдакы ҹаваблары алмышдыр:

$$\sqrt{2^4} = 4; \quad \sqrt{2^6} = 16; \quad \sqrt[4]{2^8} = 32; \quad \sqrt[к]{m^{5к}} = m^{4к}$$

Бу шакирдләрин ҹавабларындан көрүндүјү кими, онлар радикалалты әдәдин үстүнү радикалын үстүнә бөлмәк әвәзинә, радикалалты әдәдин үстүндән радикалын үстүнү чыхмышлар. Бурада шакирд гүввәтдән көкалма гајдасыны гүввәтин гүввәтә бөлүнмәси гајдасы илә гарышдырмышдыр. Галан ики шакирд дә биринҹи радикалдан башга о бири радикаллара дүзкүн ҹаваб тапа билмәмишдир. Бир шакирд верилән гүввәтләрин һеч бириндән көк ала билмәмишдир.

Суала дүзкүн ҹаваб верә билмәјән 14 шакирдин алтысы тәрәфиндән бурахылан сәһвләри башга категорија аид етмәк олар. Бу шакирдләр алдыглары ҹаваблары да радикал ишарәси алтында јазмышлар. Мәсәлән, Р. суала ҹаваб верәркән ашағыдакы кими һәрәкәт етмишдир:

$$\sqrt{2^4} = \sqrt{2^2}; \quad \sqrt{2^6} = \sqrt{2^3}; \quad \sqrt[3]{2^6} = \sqrt{2^2}; \quad \sqrt[4]{2^8} = \sqrt{2^2};$$
$$\sqrt[к]{m^{5к}} = \sqrt{m^5}.$$

Р. һасилдән көк аларкән, бурахдығы сәһви бурада да тәкрар етмишдир, јә'ни ҹаваблары јенидән радикал ишарәси алтында јазаркән верилән радикалларын үстүнү нәзәрә алмамыш, ҹавабларын һамысы икинҹи гүввәтдән көтүрүлмүшдүр.

Бу шакирдләрин бир һиссәси гүввәтдән көк алмаг әвәзинә радикал алтындакы әдәдләри һәмин гүввәтә јүксәлтмиш (бә'зиләрини һәтта, дүзкүн олараг гүввәтә дә јүксәлдә билмәмишдир) вә квадрат гүввәтдән көтүрүлмүш радикал алтында јазмышдыр. Мәсәлән, онлардан Б. белә етмишдир:

$$\sqrt{2^4} = \sqrt{16}; \quad \sqrt{2^6} = \sqrt{32}; \quad \sqrt[3]{2^6} = \sqrt{96}; \quad \sqrt[4]{2^8} = \sqrt{256}.$$

О, ахырынчы мисалы һәлл едә билмәмишдир.

Алты шакирдин галанлары да бунлар кими ҹавабы көксүз тәсәввүр едә билмәјәрәк, кобуд сәһвләрә јол вермишләр.

Бу ики суала шакирдләрин вердији ҹаваблары нәзәрдән кечирдикдә мүәјјән олду ки, шакирдләрин бир һиссәси (биринҹи суала ҹаваб верәркән 3 шакирд, икинҹи суала ҹаваб верәркән 6 шакирд) тәрәфиндән бурахылан сәһвләр ики характердә олмушдур. Онлардан биринҹиси, ҹавабы көк алтында сахламаг, икинҹиси, ҹавабда јазылан көкләрин һамысыны квадрат гүввәдән көтүрмәкдир.

Һәмин шакирдләрин бир нечәси дә үчүнҹү суала ҹаваб верәркән, бу кими сәһвләрә јол вермишдир.

Үчүнҹү суалда шакирдләрә бир-биринә бәрабәр олан бир нечә әдәд ҹүт-ҹүт верилир. Бу әдәдләрдән јарысы радикал ишарәси алтында верилир. Бу әдәдләр ашағыдакылардыр:

$$\sqrt[5]{32}; \; \sqrt{625}; \; \sqrt[3]{27}; \; \sqrt{25}; \; 2; \; 5; \; 25; \; 3.$$

Шакирдләрдән тәләб олунур ки, бу әдәдләрдән бир-биринә бәрабәр оланларыны ҹүт-ҹүт сечиб јазсынлар.

Үч шакирд бу әдәдләрин ҹүт-ҹүт бәрабәрлијини дүзкүн мүәјјәнләшдирдикдән сонра, радикал алтында олмајанлары да радикал алтында јазмышдыр. Бу шакирдләр суала ашағыдакы шәкилдә ҹаваб вермишләр:

$$\sqrt[5]{32} = \sqrt{2}; \; \sqrt{625} = \sqrt{25}; \; \sqrt[3]{27} = \sqrt{3}; \; \sqrt{25} = 5.$$

Гејд етмәк лазымдыр ки, бу шакирдләрдән анҹаг бири јухарыда гејд олунан шакирдләрдәндир. Онларын да сәһви, бу категоријада олан сәһвә дахилдир. Шакирдләр бурада да һәм көкдән истифадә етмиш, һәм дә көкләрин һамысыны квадрат гүввәтдән көтүрмүшләр. Радикал ишарәси илә верилән әдәдин, радикал ишарәсиз верилмиш әдәдә бәрабәр олмасы фактыны гәбул

621—3

етмәјән башга бир шакирд (Ә.) даһа кобуд сәһвләрә јол вермишдир. О, мәсәлән, белә етмишдир,

$$\sqrt[5]{32} = \sqrt{625};\ \sqrt[3]{27} = \sqrt{25};\ 25 = 5 \text{ вә с.}$$

Шакирдләрдән беш нәфәри илк гавраjышдан сонра белә бир суалын чавабынын гејри-мүмкүн олмасыны „јәгин" етмиш вә радикал ишарәси илә верилән әдәдин радикал ишарәсиз верилән әдәдә бәрабәр олмасы фактыны фикрән тәсәввүр едә билмәдијиндән, суала чаваб вермәкдән бојун гачырмышдыр. Ики шакирдин чавабы исә мәзмун е'тибары илә дејил, форма е'тибары илә чаваб вермәкдән бојун гачыранларынкындан фәрглидир. Бунлардан Д. белә чаваб вемишдир: „2; 5; 25; 3 әдәдләри бир-биринә бәрабәр дејил". Д. исә: „Бурада 2=2; 25=25; 3=3 вә 5=5" чавабыны верир.

Галан 14 шакирд радикал ишарәси илә јазылан әдәдләрә бәрабәр олан әдәдләри дүзкүн олараг ашағыдакы гајда илә јазыр:

$$\sqrt[5]{32} = 2;\ \sqrt{625} = 25;\ \sqrt[3]{27} = 3;\ \sqrt{25} = 5.$$

Инди биз јухарыда гејд олунмуш ики әсас сәһвин психоложи тәһлилини верәк. Бу сәһвләрдән биринчиси, шакирдләрин радикал ишарәси илә верилән әдәдин, радикал ишарәсиз верилән әдәдә бәрабәр олмасы фактыны гәбул етмәмәләридир. Бу мәсәлә әсасән психоложи бир һал олмагла гавраjышын мүхтәлифлији илә изаһ едилир. Мәсәләни изаһ етмәк үчүн јухарыдакы фактлардан бирини көтүрәк. Јухарыда гејд едилдији кими, шакирд $\sqrt{625}$-ин 25-ә бәрабәр олдуғуну јазмаг әвәзинә, 25-ин 25-ә бәрабәр олмасыны даһа асан јазыр. Бурада $\sqrt{625}$ илә 25 арасында мәзмун е'тибари илә фәрг јохдур. Гавраjыш е'тибары илә бунлар мүхтәлиф тәсәввүрләрин јаранмасына сәбәб олур. Харичи көрүнүш е'тибары илә гавраjыш заманы нәзәрә чарпан фәрг, бу ики гавраjыш објектинин ејниләшдирилмәсинә әсаслы сурәтдә мане олур. Башга сөзлә десәк, ејни бир мәзмуна малик олан ики гавраjыш ваһид бир тәсәввүрүн јаранмасына мане олур. Одур ки, шакирд ја бу ики објектин бәрабәрлијини фикрән тәсәввүр едә билмәдијиндән һәмин бәрабәрлији гәбул етмир, ја да онлары форма е'тибары илә бир-биринә охшатмаға чалышараг, радикал ишарәси алтында олмајан әдәди дә радикал

ишарәси алтында јазмаға чалышыр ($\sqrt{625} = \sqrt{25}$; $\sqrt[3]{27} = \sqrt{3}$).

Бундан башга јухарыда бир нечә шакирдин радикал ишарәси илә верилән әдәдләрин радикал ишарәсиз верилән әдәдләрә чүт-чүт бәрабәр олмасы фактыны ајдынлашдыра билмәмәләри үчүн һәмин суала чаваб вермәкдән бојун гачырмалары гејд едилмишди. Бунлардан Д.-нин „2 = 2; 25 = 25; 3=3 вә 5=5" јазмасы тәсдиг едир ки, шакирд радикал ишарәси алтында олан әдәдләрдән алдығы гавраjышлары, радикал ишарәси алтында олмајан әдәдләрдән алдығы гавраjышларла ејниләшдирә билмәмишдир. Галан шакирдләр дә елә бу сәбәбдән һәмин суала чаваб верә билмәмишләр. Шакирдләрдән бә'зиләринин $\sqrt[5]{32} = \sqrt{625}$; $\sqrt[3]{27} = \sqrt{25}$; 25=5 вә с. јазмасы да ејни мәзмуна малик олан мүхтәлиф гавраjышларын ејниләшдирилә билмәмәси үзүндән олмушдур. Радикал алтындакы әдәдләрин бир-биринә, радикал ишарәси алтында олмајан әдәдләрин исә бир-биринә бәрабәр олмасыны јазмагда көстәрилән фәалијјәт шакирд тәфәккүрүнүн бу саһәдәки билаваситә ин'икасындан башга бир шеј дејилдир. Бурада шакирд јалныз гавраjыш „хатиринә" белә кобуд сәһвләрин бурахылмасына јол вермишдир.

Бурахылан сәһвин икинчиси, верилән көкүн дәрәчәсинә әһәмијјәт верилмәјәрәк чавабларын һәр јердә квадрат көк алтында јазылмасындан ибарәт иди. Белә бир сәһвин психоложи тәһлили хејли асандыр. Бурада шакирд үмумијјәтлә көкү нәзәрдә тутмуш, онун үстүнә әһәмијјәт вермәмишдир, белә ки, јаздығы көкүн квадрат гүввәтдән олмасы да шакирдин диггәтини чәлб етмәмишдир. Шакирд һәр јердә радикал ишарәсини гавраjышлары бир-биринә јахынлашдырмаг үчүн јазмышдыр.

Шакирдләрин хејли һиссәсинин бурада бурахдығы бу ики сәһвин психоложи тәһлили әсасында белә бир нәтичәјә кәлмәк олар ки, бир мәзмуна мувафиг кәлән ики мүхтәлиф гавраjыш мәфһумунун мәнимсәнилмәси ишини чәтинләшдирир. Тә'лим просесинин вахтында дүзкүн тәшкил едилмәмәси, ријазијјатдан кифајәт дәрәчәдә һазырлығы олмајан шакирдләрә белә анлајышлары дәриндән мәнимсәмәјә мане олур. Бу да шакирдин дәрсдә фәаллашмасы ишини хејли чәтинләшдирир.

Шакирдләрлә апарылан бу фәрди сөһбәтдә биринчи вә икинчи суалда ифадәдахили әмәлиіјат заманы радикаллар шакирдин гавраіышындан итирдисә, үчүнчү суалда радикал ишарәси алтында верилән әдәдлә радикал ишарәси алтында верилмәјән әдәдләрин ејниләшдирилмәси тәләб олунурду. Бурада радикал ишарәси илә һеч бир әмәлиіјат апарылмырды. Дөрдүнчү вә бешинчи суалларда тәләбин характери тамамилә башгадыр. Бу суалларда шакирдләр верилән көкләрә гаршы диггәтли олурлар. Апарылан ифадәдахили әмәлиіјат исә истигамәт е'тибары илә бир-биринә әкс вәзијјәт алыр. Әкәр дөрдүнчү суалда радикал ишарәси алтындан вуругларын радикал ишарәси харичинә чыхарылмасы тәләб олунурса, бешинчи суалда радикал ишарәси харичиндәки вуругларын радикал ишарәси дахилинә салынмасы тәләб олунур.

Радикал ишарәси алтындан вуруглары чыхармаг үчүн шакирдләрә ашағыдакы мисаллар верилир:

$$\sqrt{9a};\quad \sqrt[3]{16y^5};\quad \sqrt[10]{32a^8b^3c^{10}}.$$

Бу мисалларын биринчисини 14 шакирд дүзкүн олараг һәлл етди вә чавабда $3\sqrt{a}$ алды. 11 шакирд исә бу мисалда вуруғу радикал ишарәси харичинә дүзкүн чыхара билмәди. Бунлардан икиси 9-у ($9\sqrt{a}$), икиси a-ны $\left(\sqrt{a\sqrt{9}}\right)$ көк алтындан чыхармыш, икиси чаваб вермәкдән бојун гачырмышдыр. Галан беш шакирд ашағыдакы чаваблары алмышдыр:

$$3;\ 3a;\ \sqrt{3a};\ 2\sqrt{5a};\ 3\sqrt{3a}$$

Бу чавабларын һамысынын сәһв олмасына бахмајараг, сырада дөрдүнчү јердә дуран чаваб диггәти даһа чох чәлб едир, чүнки $\sqrt{9a}$-дан нечә ола биләр ки, радикал ишарәси гаршысына 2 чыхарылмыш, радикал ишарәси алтында исә $5a$ галмышдыр. Шакирд һәмин чавабы ашағыдакы гајда илә алмышдыр:

$$\sqrt{9a}=\sqrt{4\cdot 5a}=2\sqrt{5a}.$$

Бурада радикал алтындакы 9-у шакирд ики топланана ајырмыш, лакин ики вуруг шәклиндә јазмышдыр. Һәллиндән көрүндүјү кими, шакирд топлама вә вурма әмәлләри арасындакы фәргә әһәмијјәт вермәмишдир, һәм дә өз сәһвини фикрән көрә билмәмишдир. Галан чаваблар ону көстәрир ки, бу шакирдләр вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхарманын маһијјәтини јахшы баша дүшмәмишләр.

Икинчи радикалын $(\sqrt[3]{16y^5})$ алтындан вуруглары чыхараркән доггуз шакирд тамамилә дүзкүн һәрәкәт етмиш, чавабда $2y\sqrt[3]{2y^2}$-нү алмышдыр. 16 шакирд дүзкүн чаваб ала билмәмишдир. Бу шакирдләрдән беши јенә дә биринчи мисалдакы кими һәрәкәт етмиш, онларын икиси 16-ны $(16\sqrt[3]{y^5})$, үч нәфәри исә y-и $(y\sqrt[3]{16})$ радикал ишарәси харичинә чыхармышдыр. Беш шакирд һеч бир чаваб вермәмишдир, галан шакирдләр ашағыдакы чаваблары алмышлар:

$$4y\sqrt[3]{y};\ 4\sqrt[3]{4y^3\cdot y^2};\ 2y\sqrt{2};\ \sqrt{2};\ 2\cdot 2^{\frac{1}{3}}\cdot y\cdot y^{\frac{2}{3}};\ 2y\sqrt{8y^2}.$$

Гејд едәк ки, Р.-ин алдығы чаваб $(2\cdot 2^{\frac{1}{3}}\,y\cdot y^{\frac{2}{3}})$ үмумијјәтлә дүзкүндүр. Лакин тапшырыға ујғун кәлмәдији үчүн биз ону дүзкүн олмајан чаваблар сырасына дахил етмишик.

Радикал ишарәси алтындан вуруглары чыхармаг үчүн шакирдләрә верилән үчүнчү мисалы $(\sqrt[5]{32a^8b^2c^{10}})$ 25 шакирдин анчаг 7-си дүзкүн һәлл етмишдир. Галан 18 шакирдин дөрдү һеч бир чаваб верә билмәмишдир. 14 шакирд исә дүзкүн чаваб ала билмәмишдир. Бу сонунчулардан беши верилмиш көкүн үстүнә әһәмијјәт вермәјәрәк, чавабда радикалы квадрат гүввәтдән јазмыш, онлардан бә'зиләри һәтта квадрат көк алмаға чалышмышдыр. Шакирдләрдән икиси (А. вә Ә.) әввәлки мисалларда олдуғу кими бурада да анчаг 32-нин көкүнү дејил, өзүнү радикалын харичинә чыхармагла $(32\sqrt[5]{a^8b^3c^{10}})$ кифајәтләнмиш, бир нәфәр (Ф.) јенә әввәлки кими һәрәкәт едәрәк, 32-ни көк алтында сахламыш, һәрфи вуруглары радикал ишарәси харичинә $(a^3bc^3\sqrt[5]{32})$ сәһв чыхармышдыр.

Вуруглары радикал ишарәси алтына салмаг гајдасынын нә дәрәчәдә мәнимсәнилмәсини јохламаг мәгсәди илә верилән суала топланан чавабларда шакирдләрин әксәријјәти мүвәффәгијјәт газанмышдыр. Бу мәгсәдлә шакирдләрә ашағыдакы мисаллар верилди:

$$2\sqrt{2};\ 2\sqrt[3]{3};\ a\sqrt[5]{7};\ 2m\sqrt{mn};\ 2b\sqrt[3]{b^2c^2}.$$

Бу мисаллар елә мүхтәлиф шәкилләрдә верилмишдир ки, һәр бирини һәлл едәркән шакирд мүхтәлиф јолла һәрәкәт етмәлидир. Мәсәлән, биринчи ики мисалда көкләрин үстләри вә көкалты әдәдләр мүхтәлифдир, үчүнчү мисалда радикалын харичиндәки вуруг һәрфдир, дөрдүнчү вә бешинчи мисалларда да көкләрин үстләри вә көкалты вуруглар бир-бириндән фәрглидир. Белә ки, ахырынчы көкүн алтындакы ифадә гүввәт шәклиндә верилмишдир.

Бу суала чаваб верән 27 шакирдин 14-ү, демәк олар ки, там чаваб вермишдир. Бунлардан јалныз ики шакирд 2-ни үчүнчү гүввәтдән радикал алтына саларкән сәһв етмишдир. Бу шакирдләрин сәһви ондан ибарәт олмушдур ки, онлар радикал алтында 24 әвәзинә 27 алмыш ($2\sqrt[3]{3}=\sqrt{27}$), һәм дә радикал үстүндә 3 јазмаг әвәзинә, ону икинчи гүввәтдән көтүрмүшләр.

Шакирдләрдән беши „јадымдан чыхыб“ чавабыны верди. Алты шакирдин вердији чаваб ејни характердә олмагла сәһвин ејни категоријасына дахилдир. Бу суала И. ашағыдакы чаваблары верир:

$$2\sqrt{2}=\sqrt{4};\ 2\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{6};\ a\sqrt[5]{7}=\sqrt{7a};\ 2m\sqrt{mn}=\sqrt{2m^2n}.$$

Ахырынчы мисалы шакирд һәлл етмәмишдир.

Ф. һәмин мисаллары белә һәлл едир:

$$2\sqrt{2}=\sqrt{2\cdot 2};\ 2\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{2\cdot 3};\ a\sqrt[5]{7}=\sqrt[5]{a^7};\ 2m\sqrt{mn}=$$

$$=\sqrt{2m\cdot mn};\ 2b\sqrt[3]{b^2c^2}=\sqrt[3]{2b\cdot b^2\cdot c^2}.$$

Бундан сонра шакирд радикал алтындакы вуруглары бир-биринә дүзкүн олараг вурур. Галан шакирдләрин дә һәмин суала вердикләри чаваблар јухарыда гејд етдијимиз шакирдләрин чаваблары кимидир.

Јухарыда гејд едилән дөрд шакирдин вә бурада гејд едилән алты шакирдин бурахдығы сәһвин сәчијјәви чәһәти ондан ибарәтдир ки, бу шакирдләр вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхараркән вә вуруғу радикал ишарәси алтына саларкән, көк үстүнә әһәмијјәт вермәмишләр. Онлар өјрәндикләри гајдаја әсасән дејил, сөзүн мәнтигинә ујғун олараг һәрәкәт етмишләр. Мәсәлән, суал шакирддән тәләб едир ки, вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхарсын, јахуд да вуруғу радикал ишарәси алтына салсын. Она көрә дә шакирд бу заман

тәтбиг едилән әсил гајданы дејил, суалын мәзмунуна көрә гаврајышдан билаваситә һәрәкәтә кечир, јә'ни көкүн харичиндәки вуруғу ејни илә көкүн дахилиндә јазмагла кифајәтләнир. Шакирд она верилән мисалы ашағыдакы кими һәлл етмәјә чалышыр:

$$2m\sqrt{mn}=\sqrt{2m\cdot mn}=\sqrt{2m^2n}\ \text{вә с.}$$

Шакирдләрдә белә бир сәһвин мејдана кәлмәсинин башлыча сәбәби ондан ибарәтдир ки, тә'лим просесиндә мүәллим шакирдләрин һафизә типләрини нәзәрә алмамышдыр. Мүәллим нәзәрә алмамышдыр ки, шакирдләрдән бә'зиләри бир һадисәни көрәндә һәм дә ешидәндә јахшы јадда сахлајыр. Она көрә мүәллим вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхармагда вә вуруғу радикал ишарәси алтына салмагда тәтбиг едилән гајдалар әтрафында шакирдә һәм көрмә, һәм дә ешитмә гаврајышлары газандырмалыдыр. Шакирд һәмин гајдалары һәм сөзлә ифадә етмәли, ешитмә гаврајышы газанмалы, һәм дә бу сөздә дедикләрини јазылы сурәтдә ифадә едәрәк көрмә гаврајышы газанмалыдыр. Шакирдин белә бир фәалијјәти онун идрак фәалијјәтинә чевриләчәкдир ки, бу да һәмин гајдаларын дәриндән дәрк едилмәсинә сәбәб олачагдыр.

Шакирдләрә верилән ахырынчы суалда ашағыдакы көкләрин охшарлығыны исбат етмәк тәләб едилирди:

$$2\sqrt[3]{250}\ \text{вә}\ 3\sqrt[3]{128};\quad \sqrt{\frac{1}{3}}\ \text{вә}\ \sqrt{243};\quad \sqrt[3]{8ax^3}\ \text{вә}\ \sqrt[6]{64a^2y^2}.$$

Верилән үч мисалдан биринчи ики мисалда радикалларын үстләри ејнидир. Лакин бу радикаллар алтындакы әдәдләр мүхтәлиф олдуғундан шакирд бунларын охшарлығыны бирдән-бирә гавраја билмәз, чүнки заһири көрүнүш е'тибары илә бу әдәдләр арасында һеч бир охшарлыг көрүнмүр. Бунун үчүн шакирд өз билик вә бачарығы әсасында әлагәдар чевирмәләр апармагла, мүхтәлиф гаврајышлар јарадан бу објектләри ваһид бир гаврајыш верән објектләр шәклинә салмалыдыр. Демәк, шакирдләр ики мүхтәлиф мәзмуна малик олан, ики мүхтәлиф гаврајыш јарадан објектләри тәгрибән ваһид гаврајыша кәтирәрәк онларын охшарлығыны исбат етмәлидирләр.

Шакирдләрдән 16-сы һеч бир һәрәкәт көстәрмәјәрәк „унутмушам“, „јадымдан чыхыб“ кими чаваблар

вердиләр. Шакирдләрдән М. (VIII "б" синфиндән), һәмин көкләрин һамысыны чүт-чүт јазараг беләчаваб вермишди: „бу көкләр охшар дејил, чүнки көкалты ифадәләри бәрабәр дејилдир". Шакирдләрдән икиси (VIII „б" синфиндән Т. вә VIII „в" синфиндән М.) көкләрин охшарлығына аид тә'рифи вермәклә кифајәтләнмишдир.

Онлардан Т. беләчаваб вермишдир: „үстләри ејни олан көкләр охшардыр", М. исә беләчаваб верди: „үстләри бәрабәр олан көкләр охшардыр".

VIII „в" синфинин башга бир шакирди (Р.) верилән биринчи ики мисалда көкләрин охшар олмамасыны гејд едир, үчүнчү мисалда исә, охшар олуб-олмамасыны исбат едә билмир. О беләчаваб верир: „$2\sqrt[3]{250}$ вә $3\sqrt[3]{128}$; $\sqrt{\frac{1}{3}}$ вә $\sqrt{243}$ көкләринин охшарлығыны дејә билмәрәм, көрүрәм ки, онлар охшар дејилдир". VIII „в" синфиндән ики шакирдин (А., Ф.) вердијичаваблар там дејилдир. Ф., анчаг биринчи ики көкүн охшарлығыны исбат едә билди. А. исә бу көкләрин охшар олмалары һаггында гәти фикир сөјләди. О, биринчи ики көкүн охшарлығыны исбат етмәк мәгсәди илә белә һәрәкәт етмишдир: „$2\sqrt{250}$ вә $3\sqrt{128} = \sqrt{2000}$ вә $\sqrt{1152}$; бу көкләр охшар дејилдир". Бурада шакирд вуруғу радикал ишарәси харичинә чыхармаг әвәзинә, радикалын гаршысындакы вуруғу радикал дахилинә салмыш, лакин биринчи мисалы сәһв етмишдир. Белә ки, биринчи радикалын алтындакы әдәди 4-ә вурмаг әвәзинә 8-ә вурмушдур. Шакирддән белә бир һәрәкәтин сәбәбини сорушдугда, о һеч бир вәчһлә буну доғрулда билмәди. А. суалын галан һиссәсинә дүзкүнчаваб верди.

Галан дөрд шакирд исә суала там мә'насы илә чаваб верди. Онлар верилән радикалларын охшарлығыны исбат етмәк үчүн тәләб олунан гајдада һәрәкәт едә билдиләр.

1960—1961-чи тәдрис илиндә 31 №-ли база мәктәбиндә експериментал синиф олан VIII "б" синфиндән он шакирдлә дә һәмин суаллар әтрафында сөһбәт апарылды. Бу он шакирд синифдә орта дәрәчәдә охујан шакирдләр иди. Һәмин шакирдләр бүтүн суаллара дүзкүнчаваб вердиләр. Анчаг бир шакирд јухарыда гејд едилән бир сәһви тәкрар етди. Шакирддән көк алмаға аид ашағыдакы мисаллары һәлл етмәк тәләб олунурду.

Шакирд М. бунлары белә һәлл етди:

$$\sqrt{2^4} = \sqrt{2^2};\ \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{2^{6\,3}} = \sqrt[3]{2^3};\ \sqrt[4]{2^8} =$$

$$\sqrt[4]{2^2};\ \sqrt[к]{m^{5к}} = \sqrt[к]{m^5}.$$

Шакирдә: „көр мисаллары дүзкүн һәлл етмисәнми?" суалы верилдикдән сонра о, чавабларыны нәзәрдән кечириб сәһвләрини өзү дүзәлтди.

Суаллардан биринә дәчаваб верәркән һәмин шакирд сәһв етмишдир. Шакирдә ашағыдакы радикаллар верилир вә тәләб едилир ки, радикал ишарәси харичиндәки вуруглары радикал ишарәси дахилинә салсын:

$$2\sqrt{2};\quad 2\sqrt[3]{3};\quad a\sqrt[5]{7};\quad 2m\sqrt{mn};\quad 2b\sqrt[3]{b^2c^2}.$$

Бу мисалларда вуруғу радикал ишарәси алтына саларкән о, әввәлчә гајдаја дејил, тапшырыгда ишләдилән сөз комплексинә әсасланды. О, радикал ишарәси харичиндә олан вуруглары радикал ишарәси алтында олдуғу кими јазмагла кифајәтләнди. Сонра шакирдә „вуруғу радикал ишарәси алтына салмагда гајда нәдир?„ суалыны верән кими, о, "мән сәһв етмишәм, ичазә верин сәһвими дүзәлдим" дејәрәк, гајданы сөјләмәдән сәһвини дүзәлтди.

Шакирдләрдән О. вә А., $2\sqrt[3]{3}$ мисалында радикалын гаршысындакы 2-ни радикал алтына саларкән, ону үчүнчү гүввәтә јүксәлтмәк әвәзинә, 3-ә вуруб алынан һасили бир дә радикал алтындакы 3-ә вурараг, радикал алтында 18 јазмышлар.

Бу сәһвләр нәзәрә алынмазса, башга шакирдләр гајдалара истинад едәрәк, әсасән суалларын һамысына там мә'насы илә чаваб вермишләр.

1960/1961-чи дәрс илиндә иррасионал бирһәдлиләр үзәриндә әмәлләрә гәдәр, иррасионал ифадәләрин чеврилмәсинә аид материалын мәнимсәнилмәсини јохламаг мәгсәди илә, експериментал вә контрол синифләрин һәр икисиндә ејни мәзмуна малик јохлама јазы иши кечирилди. Јазы иши ики вариантда апарылды.

I вариант

Ашағыдакы бирһәдлиләрдән көк алын:

$$\sqrt{16\cdot 9\cdot 25}$$

$$\sqrt{49\cdot 36\cdot 100}$$

$$\sqrt{\frac{49}{36}};\quad \sqrt{\frac{8}{125}}$$

Ашағыдакы гүввәтләрдән көк алын:

$$\sqrt{x^4};\quad \sqrt[3]{a^9};\quad \sqrt[5]{m^{10}};\quad \sqrt[6]{y^{12}}.$$

Лазыми әмәлләри един:

$$\sqrt{\frac{4ab^6}{25c^2d^6}}.$$

Вуруглары радикал ишарәси алтындан чыхарын:

$$\sqrt{\frac{a^2b}{9}};\quad \sqrt[3]{\frac{x^6y}{a^3b^9}}$$

Вуруғу радикал ишарәси алтына салын:

$$\frac{1}{a}\sqrt[3]{a^3-b^4}.$$

Радикалларын охшарлығыны исбат един:

$$\sqrt{216} \text{ вә } \sqrt{\frac{3}{8}}$$

II вариант

Ашағыдакы бирһәдлиләрдән көк алын:

$$\sqrt[3]{8\cdot 27};\quad \sqrt{64\cdot 125}$$

$$\sqrt{3\frac{1}{16}};\quad \sqrt{2\frac{10}{27}}$$

Ашағыдакы гүввәтләрдән көк алын:

$$\sqrt{a^{2n}};\quad \sqrt[n]{a^{3n}};\quad \sqrt[3]{x^{6n}};\quad \sqrt[k]{n^{5k}}$$

Лазыми әмәлләри един:

$$3xy\sqrt[3]{\frac{64a^3b^9}{27x^3y^6}}.$$

Вуруглары радикал ишарәси алтындан чыхарын:

$$m^2\sqrt{\frac{25n^3}{36m^4}};\quad \frac{a}{x}\sqrt{\frac{27x^6y^5}{125a^9b^3}}$$

Вуруғу радикал ишарәси алтына салын:

$$ab\sqrt{1+\frac{1}{a^2-b^2}}.$$

Радикалларын охшарлығыны исбат един:

$$\sqrt{135} \text{ вә } \sqrt{\frac{3}{5}}$$

Беләликлә, һәр вариант үзрә шакирдләрә 13 мисал верилди. Јазы ишиндә шакирдләрә бу гәдәр мисаллар она көрә верилмишди ки, бунлары һәлл едәркән шакирдләрин бу саһәдәки билигләринин мәнимсәнмә дәрәчәси тамамилә өз әксини тапсын.

Һәр ики синфин шакирдләринин фикри фәалијјәтинин мәһсулу нәзәрдән кечирилдикдә, ашағыдакы нәтичә мејдана чыхды. VIII „б“ експериментал синфиндә һәмин јазы ишиндән 16 шакирд „3“, 14 шакирд „4“ вә 3 шакирд „5“ гијмәти алды. VIII „а“ контрол синфиндә 7 шакирд „2“, 17 шакирд „3“, 4 шакирд „4“ вә 1 шакирд „5“ гијмәти алды.

Шакирдләр тәрәфиндән бурахылан бә'зи сәһвләрин психоложи тәһлилини јухарыда вердијимиз сәһвләрин категоријасына дахил етмәк олар. Һәмин сәһвләрин бурада да психоложи тәһлилини вермәк лазым кәлмир. Бурада һәр ики синфин шакирдләри тәрәфиндән бурахылан бир сәһвин тәһлилини вермәк лазымдыр ки, биз бу сәһвә индијә гәдәр раст кәлмәмишик. Бу сәһвә она көрә раст кәлмәмишик ки, о бири шакирдләр јахшы билдикләриндән белә сәһви етмәмиш; үмумијјәтлә, шакирдләрә белә мисаллар верилмәдијиндән тәһлил етдијимиз материалда да бу сәһвә тәсадүф едилмәмишдир.

Јухарыда гејд едилдији кими, јазы ишиндә вуруглары радикал ишарәси алтына салмаға аид һәр вариантда бир мисал верилмишди. Бунлардан:

I вариант үзрә: $\frac{1}{a}\sqrt[3]{a^3-a^4}$.

II вариант үзрә: $ab\sqrt{1+\frac{\quad}{a^2-b^2}}$.

Биринчи вариант үзрә верилән мисалы һәр ики синифдә шакирдләр һәлл едәркән вуруғу радикал ишарәси алтына дүзкүн олараг салыр вә мәхрәчдә a^3 алырлар $\left(\sqrt{\frac{a^3-a^4}{a^3}}\right)$. Шакирдләрин әсас сәһви сонралар ондан ибарәт олур ки, онлар алдыглары көкалты ифадәдә кәсрин сурәтини a^3-на бөлмәк әвәзинә, анчаг онун биринчи һәддини мәхрәчдәки a^3-на бөлүр. Икинчи вариант үзрә верилән мисалда исә ab һасилини көкүн үстүнә јүксәлдиб, көк алтындакы һәр ики һәддә дејил, биринчи һәддә вурмагла кифајәтләнирләр (бу сәһв ән чох контрол синиф шакирдләри тәрәфиндән бурахылмышдыр).

Бу сәһвләрин маһијјәтини изаһ едәркән гејд етмәк лазымдыр ки, һәмин сәһвләр бу шакирдләрлә алтынчы вә једдинчи синифләрдән кәлмишдир, чүнки шакирд һәлә бирһәдлини чохһәдлијә вурмағы алтынчы синифдә, чәбри кәсрләри ихтисар етмәји једдинчи синифдә өјрәнмишдир. Бурада исә, о, билигләрини јенидән чанландырыб әмәлијјата тәтбиг етмәлидир. Әкәр шакирд буну бачармырса, о, бу гајдалары ја унутмуш, ја да о заман мәнимсәмәмишдир ки, бу сәһвләр көһнә сәһвдир вә бурада да јенидән тәзаһүр едир. Белә һалларда мүәллим, шакирдләри өз сәһвләрини арадан галдырмаг јолу илә

тәрбијә етмәлидир. Шакирдләрин әксәријјәти тәрәфиндән бурахылан белә сәһвләри мүәллим бүтүн шакирдләрин иштиракы илә мүзакирә етмәлидир. Шакирдләрин шүуруна бу сәһвләрин маһијјәти чатдырылмалы вә онларын идрак фәалијјәти дүзкүн тәшкил етдирилмәлидир.

Јухарыда дејиләнләрә јекун вурараг гејд етмәк лазымдыр ки, шакирдләрә иррасионал ифадәләрин чеврилмәсиндәки илк анлајышлары верәркән, онлар әсасән ашағыдакы сәһвләрә јол верир вә чәтинликләрлә гаршылашырлар:

1. Һасилдән, гүввәтдән көк алдыгдан сонра чавабы јенә дә көк алтында јазырлар.

2. Чавабын көк алтында јазылмасына бахмајараг, јени јаздығы көкүн үстүнүн нечә олачағына әһәмијјәт вермирләр.

3. Вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхараркән вә вуруғу радикал ишарәси алтына саларкән мүвафиг гајдалара дејил, гајдаларда ишләдилән сөз комплексләринә әсасланырлар.

4. Көкләрин охшарлығыны исбат етмәк үчүн кечмишдә алдыглары биликләрдән истифадә етмәји бачармырлар.

5. Мәзмунча ејни вә формача мүхтәлиф олан ики објектдән алынан гавраjышлары ејниләшдирмәкдә чәтинлик чәкирләр вә с.

Ону да гејд етмәк лазымдыр ки, експериментал синифдә охујан шакирдләрдән јалныз бири бу сәһвләрдән бә'зиләринә јол верирди. Лакин бу сәһвләри адәтән експериментал синиф олмајан VIII синифләрин шакирдләри едирдиләр.

Бәс сәбәб нәдир ки, експериментал синифдә охујан шакирдләр әмәлијјатда белә сәһвләрә чох аз јол верирләр? Бунун башлыча сәбәби тә'лим просесинин дүзкүн вә сәмәрәли тәшкилидир. Өјрәдичи експеримент заманы, тәтбиг едилән үсул, синифдәки бүтүн шакирдләрин гаршысында ејни дәрәчәдә гојулан тәләб вә тә'лим едилән материалын чәтинлик дәрәчәсинә ујғун олараг, шакирд психикасынын хүсусијјәтләрини нәзәрә алмаг кими чәһәтләр тә'лим просесиндә әсил маһијјәти анламаға сәмәрәли тә'сир көстәрир.

Тә'лим просесиндә бу синифдә әсасән суал-чаваб (евристик мүсаһибә) үсулундан истифадә едилмишдир. Иррасионал ифадәләрин чеврилмәсиндә суал-чаваб үсулунун үстүнлүјү орасындадыр ки, бу суал ејни заманда ики гавраjышын газанылмасына имкан јарадыр. Мәсәлән, шакирддән; „вуруғу радикал ишарәси алтына салмагда гајда нәдир?"— сорушдугда, шакирд, бу гајданы сөзләрлә ифадә етмәклә, ешитмә гавраjышы вә ону мисал һәллинә тәтбиг етдикдә исә көрмә гавраjышы газаныр. Бу ики гавраjышын ејни заманда газанылмасы мөһкәм ваһид тәсәввүрүн јаранмасына сәбәб олур, јә'ни бејин габығында дәгиг тәһлил вә тәркиб әсасында һәр ики гајданын өзүнә хас олан мүвафиг мүвәггәти әлагәләр јараныр вә буна көрә дә шакирд бејиндә јаранмыш бу әлагәләрдән кәләчәкдә јерли-јериндәчә истифадә едә билир. Синифдә бир шакирдә верилмиш бу суалы даһа бир нечә шакирдә тәкрар етдирмәк, синифдә олан бүтүн шакирдләрдә белә тәсәввүрүн јаранмасына сәбәб олур, чүнки көрмә вә ешитмә типли һафизәјә малик олан шакирдләрин һамысы бу гајданы дәрк едир вә һафизәсиндә сахлаја билирләр.

Бу вә ја дикәр гајданы шакирдләрин бир нечәсиндән сорушмаг, һәмин материалын дәрк едилмәсиндә һәлә кифајәт дејилдир, јахуд һәмин гајдаја әсасән динмәдән, данышмадан мисал һәлл етмәси дә о гәдәр фајда вермир. Белә материал чох тез унудулур, шакирд исә пассивләшир. Ејни мәзмуна малик олан ики гавраjышын вәһдәти шакирдин һәрәки фәаллығыны артырмыш олур ки, бу да тәфәккүр просесиндә әмәлијјатдан истифадә едилән тәсәввүрләрин тәшәккүл тапмасына сәбәб олур. Бу кими мөһкәм тәсәввүрләрлә әмәлијјат апаран тәфәккүр шакирди идрак просесиндә фәаллашдырыр.

Она көрә, мүәллим шакирдә һәр һансы бир гајданы өјрәдәркән чалышмалыдыр ки, шакирд һәм гајданы, һәм дә бу гајданын тәтбиги илә мисал һәлл етмәји бачарсын, јә'ни сөзләрлә ифадә етдијини әмәли сурәтдә тәтбиг етмәји вә ичра етдијини сөзлә ифадә етмәји бачарсын. Бу вәзијјәт синфин бүтүн шакирдләринә аид олмалыдыр. Она көрә дә өјрәдилмиш материал синифдәки бүтүн шакирдләрдән ејни дәрәчәдә тәләб едилмәлидир. Шакирдләрин һамысы мүәллимә ејни дәрәчәдә чаваб вермәсәләр дә онун тәләбинә алышачаг, материалы мүнтәзәм сурәтдә өјрәнмәјә сә'ј едәчәк, бу барәдә шакирдләрдә мәс'улијјәт һисси тәшәккүл тапа-

чагдыр. Һәм дә һәлли данышараг јеринә јетирмәк вәрдишини унутмуш вә ја зәиф мәнимсәмиш шакирдләр үчүн тәкрар вәзифәсини көрәчәк, онларын биликләрини ҹанландыраг мөһкәмләдәҹәкдир. Беләликлә, бејиндә һәмин гајдалара аид јаранан мүвәггәти әлагәләр синиф шакирдләринин һамысында мөһкәмләнәрәк бу саһәдәки вәрдишләрин әсасыны тәшкил едәҹәкдир.

Көкләрин охшарлығыны исбат етмәк мәсәләсинә кәлдикдә исә, бурада вәзијјәт башга ҹүрдүр. Әкәр һасилдән, кәсрдән вә гүввәтдән көк алмагда, вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхармагда газанылан көрмә вә ешитмә гавраjышлары һәм мәзмун, һәм дә форма е'тибары илә бир-биринин ејнидирсә, көкләрин охшарлығыны исбат етмәкдә алынан илк гавраjышлар мәзмун вә формача мүхтәлифдир. Бурада белә мүхтәлифлији арадан галдырмаг вә објектләри охшар вәзијјәтә кәтирмәк лазымдыр. Мәсәлән, $\sqrt{\frac{1}{3}}$ илә $\sqrt{243}$-үн охшар олдугларыны көстәрмәк лазымдыр. Бу заман шакирд идрак фәалијјәтиндә тәкҹә тәсәввүрә дејил, һәм дә өз техники һесаблама билијинә әсасланмалыдыр. Бунунла бәрабәр шакирд, она мүхтәлиф гавраjышлар верән көкләри, онларын әввәлки шәкилләринә чох һалларда охшамајан вәзијјәтә кәтирмәлидир $\left(\frac{1}{3}\sqrt{3}\ \text{вә}\ 9\sqrt{3}\right)$.

Она көрә бу әмәлијјат просеси шакирдләрин һамысы тәрәфиндән тез, асан мәнимсәнилмир. Мүәллим бу чәтинлији һәмишә нәзәрдән гачырмамалыдыр.

Нәзәрә алмаг лазымдыр ки, радикаллары охшар вәзијјәтә салмагда елә бир конкрет гајда мөвҹуд дејилдир. Бурада гајдаларын комбинасијасындан истифадә едилир. Бә'зән елә ики вә даһа чох көкү охшар вәзијјәтә кәтирмәк тәләб олунур ки, орада һасилдән, гүввәтдән, кәсрдән көк алмаг, вуруғу радикал ишарәси алтына салмаг, мәхрәҹи иррасионаллыгдан гуртармаг кими һәрәкәт үсулларынын биркә тәтбиги тәләб олунур. Демәк, шакирд белә идрак фәалијјәтиндә гајдаларын һамысыны јахшы билмәлидир. Шакирд бу гајдалары јахшы билмәдикдә вә бунлары мисалын шәртинә көрә тәләб олунан ардычыллыгла тәтбиг етмәји баҹармадыгда, көкләри охшар вәзијјәтә кәтирмәкдә мүвәффәгијјәт газана билмәз.

Радикаллары охшар вәзијјәтә салмагда шакирдләр даһа бир чәтинликлә гаршылашырлар ки, ону мүәллим нәзәрдән гачыра билмәз. Бу чәтинлик ондан ибарәтдир ки, шакирд она верилмиш көкләри охшар вәзијјәтә кәтирәркән бә'зән һәр көк үзәриндә мүхтәлиф чевирмәләр апармалыдыр, јә'ни һәр көкү мүхтәлиф үсулла чевирәрәк, онлары охшар вәзијјәтә кәтирмәлидир. Мәсәлән, шакирд $\sqrt{\frac{1}{3}}$ вә $\sqrt{243}$ кими ики радикалы охшар вәзијјәтә кәтирмәк үчүн ашағыдакы кими һәрәкәт едир:

$$\sqrt{\frac{1}{3}} \qquad \text{вә} \qquad \sqrt{243}$$

$$\downarrow \qquad\qquad\qquad \downarrow$$

$$\sqrt{\frac{1\cdot 3}{3\cdot 3}} \qquad \text{вә} \qquad \sqrt{81\cdot 3}$$

$$\downarrow \qquad\qquad\qquad \downarrow$$

$$\sqrt{\frac{1}{9}\cdot 3}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{3} \qquad \text{вә} \qquad 9\sqrt{3}$$

Шакирдин һәрәкәтиндән көрүндүјү кими, верилән көкләрин охшар олдуғуну исбат етмәк үчүн биринҹи радикалда көкалты ифадәни кәсрдән гуртармаға чалышыр. Бунун үчүн о, көк алтындакы кәсрин сурәт вә мәхрәҹини 3-ә вурур. Икинҹидә исә вуруғу радикал харичинә чыхармаг үчүн, радикалын алтындакы әдәди елә ики вуруға ајырыр ки, онларын бириндән квадрат көк алына билсин. Бу гајдалар арасында исә һеч бир ујғунлуг јохдур. Бу радикаллардан бириндә көкалты ифадәни кәсрдән гуртармаг вә кәсрдән көк алмаг гајдалары тәтбиг едилдији һалда, о бириндә вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхармаг үчүн көкалты әдәди вуруглара ајырыб, һасилдән көк алмаг гајдалары тәтбиг едилир. Демәк, шакирдләр онлара верилмиш радикаллары охшар вәзијјәтә кәтирмәк үчүн апардыглары чевирмәләрдә һәр ики радикал үзәриндә ејни гајданы јахуд ејни гајдалар комбинасијасыны һәмишә тәтбиг едә билмир. Белә һалларда шакирдләр һәр радика-

лын үзәриндә мүхтәлиф гајдалар тәтбиг етмәли олур ки, буну да чох вахт шакирд дүшүнмүр, о, һәр ики радикал үзәриндә тәтбиг едилә билән үмуми бир гајда тапмаг үзәриндә дүшүнмәли олур. Елә бу заманда да чәтинликлә гаршылашыр. Мүәллим бу барәдә шакирдләри әввәлчәдән хәбәрдар етмәлидир. Бунун фајдасы ондан ибарәтдир ки, шакирд өз диггәтини һәр ики радикал үзәринә пајламагла охшар вәзијјәтә кәтирилмәси лазым олан радикалларын һәр биринин һансы гајдалары тәләб етдији үзәриндә дүшүнәр. Бунунла мүәллим шакирдин фикри фәалијјәтинин истигамәтләнмәсини тә'мин етмиш олур.

Шакирдләрин бир һиссәсинин чавабы (лазым олмајан һалда) көк алтында јазмасы, бу заман анчаг квадрат көк ишләтмәси кими сәһвләр, шакирдләрин көкүн тә'рифини өзләринә ајдын тәсәввүр етмәмәләри илә изаһ едилә биләр. Әкәр шакирд көкалма әмәлинин нә демәк олдуғуну өзүнә фикрән ајдын тәсәввүр етсә, һеч вахт көкүн алтындан чыхардығы ифадәни бир даһа көк алтында јазмаз, һәм дә тәләб олунан вә олунмајан һалда квадрат гүввәтдән көк ишләтмәз. Белә бир сәһвин гаршысыны алмаг үчүн мүәллим шакирдләрә көкалманын маһијјәтини, көкләрин үстләринә көрә бир-бириндән фәргләнмәсини дәриндән мәнимсәтмәлидир. Мүәллим шакирдләрә адәт етдирмәлидир ки, онлар илк әввәл диггәтләрини көкүн үстүнә јөнәлтсинләр, әмәлијјат апаркән дә бу әмәлијјаты көкүн үстү илә әлагәдар апарсынлар, көкү јазаркән онун үстүнү јазмағы унутмасынлар, чүнки шакирдләрин сәһвинин әсасы елә бу сонунчу һалдан мејдана кәлир. Бешинчи гүввәтдән көкүн, бәрабәр ишарәсиндән сонра јенидән јазаркән чох тез-тез көкүн үстү унудулур, шакирд сонракы әмәлијјатда јени јаздығы көкүн үстү илә һесаблашмалы олур. Шакирдләрин диггәтинин тәрбијә едилмәси бу кими сәһвләрин ләғви үчүн әсас шәртләрдән бири һесаб едилә биләр.

Бүтүн бу кими ифадәдахили әмәлијјаты мөһкәм мәнимсәмәклә шакирдләр иррасионал бирһәдлиләр вә чохһәдлиләр үзәриндә әмәлләр апармаг үчүн хејли дәрәчәдә һазырланмыш олурлар. Икинчи һазырлыг дөврүнү шакирдләр иррасионал бирһәдлиләри өјрәнәркән кечирләр. Һазырлығын бу мәрһәләсиндә шакирдләр һәтта бешинчи, алтынчы, једдинчи синифләрдә газандыглары билијләри чанландырыр вә мәгсәдәујғун ассосиасијалар

системини јарадырлар. Мүәллим бу заман һеч дә архајын олмамалыдыр ки, шакирдләр чанландырдыглары биликләрин бир һиссәсини ашағы синифләрдән билирләр. Мүәллим шакирдләрин һафизәсиндә бу биликләри еһтијатла тәзәләмәли, көһнә биликләрин јени шәраитдә тәтбигинә мүнтәзәм сурәтдә јардым етмәлидир. Дәрсдә бүтүн шакирдләрин диггәти ашағы синифләрдә газанылан биликләрин јени шәраитдә тәтбиги үзәринә чәлб едилмәлидир, чүнки белә әлагәләндирмә системи јаратмаг шакирдә һәм гәрибә кәлир, һәм дә ону марагландырыр.

Шакирдләрин көкләр үзәриндә апарылан әмәлијјаты мәнимсәмәләри вазијјәтини өјрәнмәк мәгсәди илә 31 нөмрәли база орта мәктәбинин експериментал вә контрол синифләриндә ејни материал әсасында ики вариантда јохлајычы јазы иши кечирдик. Јохлајычы јазы ишиндә шакирдләрә вариантлар үзрә ашағыдакы мисаллар верилди:

I вариант

$$(5\sqrt{4x}+4\sqrt{x}-6\sqrt{9x}-8\sqrt{2x})+\left(8\sqrt{\frac{1}{4}x}+4\sqrt{8x+1}\right)=$$

$$\sqrt[4]{a^2}\cdot\sqrt{a^3}=$$

$$(5+\sqrt{6})(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})=$$

$$(\sqrt[3]{25a^2}-\sqrt[3]{16b^2}):(\sqrt[3]{5a}-\sqrt[3]{4b}=$$

$$\left(\frac{y}{x}\sqrt[4]{x^2y^2}\right)^5=$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}\sqrt{\frac{a}{b}}}\sqrt{\frac{b^3}{a}}=$$

$$\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=$$

$$\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{xy}=$$

II вариант

$$(3\sqrt{8x}-\sqrt{18x})-5\sqrt{\frac{1}{2}x}\Big)+\left(\sqrt{4\frac{1}{2}x}+\sqrt{50x}-\sqrt{32x}+\right.$$

$$\left.+\sqrt{72}\right)=$$

$$3\sqrt{a}\cdot 2\sqrt{\frac{x}{a}}=$$

$$(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{5})=$$

$$(\sqrt[3]{4m^2}-\sqrt[3]{9n^2}):(\sqrt[3]{2m}-\sqrt[3]{3n})=$$

$$\left(\frac{ab}{c}\sqrt[5]{a^3b^2c^4}\right)^4=$$

$$\sqrt{\sqrt{\frac{m}{n}}\cdot\sqrt{\frac{m}{n}\sqrt{\frac{m}{n}}}}=$$

$$\frac{a^2-b^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=$$

$$\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}=$$

Шакирдләрдән тәләб едилди ки, бу әмәлләри јеринә јетирсинләр.

Көрүндүјү кими, һәр вариантда сәккиз мисал верилмишдир. Верилән бу мисалларла шакирдләрин бир сыра гајдалары мәнимсәмәси вәзијјәти јохланмышдыр. Мәсәлән, ејни дәрәчәдә чәтинлијә малик олан биринчи мисалларын һәллиндә мүвәффәгијјәт газанан шакирдләр вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхармаг, көкалты ифадәни кәсрдән гуртармаг, көкләри охшар шәклә салмаг, охшар көкләри ислаһ етмәк кими гајдалары мәнимсәјән вә онлары ардычыл сурәтдә тәтбиг етмәји бачаран шакирдләрдир.

Бешинчи мисалы һәлл едән шакирдләр һасили гүввәтә јүксәлтмәк, көкү гүввәтә јүксәлтмәк, гүввәти гүввәтә јүксәлтмәк, кәсри гүввәтә јүксәлтмәк, гүввәтдән көк алмаг вә ихтисар апармаг кими гајдалары јахшы билән шакирдләрдир.

О бири мисалларын һәлли үчүн дә гајдаларын белә комбинасијасындан истифадә едилмишдир. Демәк, бу мисаллары мүвәффәгијјәтлә һәлл едән шакирдләр өзләринин билик еһтијаты фондунун бөјүк бир һиссәсини јада салмаг бачарығына маликдирләр. Әксинә, мисалларын бир һиссәсини һәлл едә билмәјән шакирдләр исә кечмишдән бә'зи биликләрини јада сала билмәјәнләрдир. Өз билик еһтијатынын анчаг бир һиссәсини, һәм дә ардычыл олмајараг јада сала билән шакирдләр һәмин мисалларын һамысыны һәлл едә билмәмишләр.

Јохлама јазы ишинин нәтичәләри експериментал синиф шакирдләри илә контрол синиф шакирдләринин билик сәвијјәсини мүгајисә етмәјә имкан верди. Беләки, експериментал синифдән јазы ишиндә иштирак едән 32 шакирдин 4 нәфәри „2", 7 нәфәри „3", 13 нәфәри „4" вә 8 нәфәри „5" гијмәти алды. Контрол синифдән јазы ишиндә иштирак едән 32 шакирдин 13 нәфәри „2", 11 нәфәри „3" вә 8 нәфәри „4" гијмәти алмышды, „5" гијмәти алан исә олмады. Инди һәр ики синифдә шакирдләрин һансы мисалын һәллиндә чох чәтинлик чәкдикләрини тәһлил едәк.

VIII „б" експериментал синфиндән 25 шакирд биринчи мисалы дүзкүн һәлл етмишдир. Һәмин мисалын һәллиндә шакирдләрин бир нечәси механики олараг 8-дән квадрат көк әвәзинә куб көк алмышдыр. Лакин буна бахмајараг, галан бүтүн гајдалары ардычыл олараг тәтбиг етмишләр. Контрол синифдә 23 шакирд биринчи мисалы һәлл етмишдир. Анчаг јухарыда гејд олунмуш механики сәһвә бу синифдә тәсадүф едилмәди.

Експериментал синифдә биринчи мисалын һәллини баша чатдыра билмәјән шакирдләрин сәһвләрини ашағыдакы үч категоријаја ајырмаг олар:

1. Мө'тәризәләри ачаркән, мө'тәризә гаршысында дуран ишарәјә риајәт едилмәдијиндән көкләрин ислаһыны дүзкүн апармаг мүмкүн олмамышдыр. Бу сәһв бир шакирд тәрәфиндән бурахылмышдыр.

2. Вуруғу бир көкүн алтындан дүзкүн чыхармамаг үзүндән, охшар һәдләрин ислаһы дүзкүн апарылмамышдыр. Бу сәһви дә бир шакирд етмишдир.

3. Көкүн гаршысындакы вуруғу јазыр вә көк ишарәсини јазмырлар; бу сәһв беш шакирд тәрәфиндән бурахылмышдыр. Ајдын мәсәләдир ки, бурада да охшар көкләр дүзкүн ислаһ едилә билмәзди.

Контрол синифдә биринчи мисаллары һәлл едә билмәјән 9 шакирдин сәһвләрини дә 3 групa бөлмәк олар.

1. Вуруғу радикал алтындан чыхармағы вә ислаһ етмәји бачармаг; дөрд шакирдин мүвәффәгијјәтсизлији бу әмәлијјаты билмәмәк нәтичәсиндә мејдана кәлмишдир.

2. Үч шакирдин мүвәффәгијјәтсизлији биринчи мисалын һәллини баша чатдырмаг үчүн тәләб олунан гајдаларын һеч бирини јада салыб һәллә тәтбиг етмәји бачармамагдан ирәли кәлмишдир.

3. Ики шакирдин сәһви вуруглары радикал алтындан дүзкүн чыхара билмәмәләри олмушдур.

Һәр ики синиф шакирдләринин гаршылашдыглары чәтинликләри јекунлашдырсаг, гејд етмәк лазымдыр ки, 16 шакирдин 10 нәфәри әсасән вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхармагда чәтинликлә гаршылашмышдыр.

Бәс сәбәб нәдир ки, шакирдләр вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхараркән белә бир чәтинликлә гаршылашырлар? Бунун башлыча сәбәби көк алтындакы ифадәни, бириндән көк алына билән ики вуруға ајыра билмәмәләридир. Онлар көкалты ифадәнин үстү илә көкүн үстү арасында үзви рабитә јаратмагда хејли чәтинликлә гаршылашмыш олурлар. Буну сонракы мисалларын һәллиндә дә мүшаһидә етдик. Мәсәлән, һәр ики синифдә I вариант үзрә шакирдләрә верилән бу мисалы ($\sqrt[4]{a^2}\cdot\sqrt{a^3}$) јалныз 17 шакирд дүзкүн һәлл етмиш, алынан һасилдә вуруғу радикал ишарәси алтындан дүзкүн чыхармышдыр, галан шакирдләр дүзкүн чыхара билмәмишләр.

Шакирдләрә верилән мисаллардан бири дә көкдән көкалмаја даир олмушдур. Бу мисаллары һәлл едәркән шакирдләр көкдән көк алмагдан башга, даһа бир нечә һәрәкәт үсулларыны да јада салмалы идиләр. Шакирдләр бу ики мисалы һәлл едәркән, илк гавраjышдан сонра көкдән көк алмаг гајдасыны тәтбиг етмәк имканына малик дејилләр. Онлар мәгсәдә чатмаг үчүн бир һазырлыг мәрһәләси кечмәлидирләр. Елә бу мәрһәләдә шакирдләрин кечмишдә мәнимсәдији бир сыра гајдаларын фәалијјәтә кәтирилмәси зәрури шәрт олур, чүнки бу мәрһәләни кечдикдән сонра алынан нәтичә сонракы һәлл үчүн бир шәрт олмалыдыр.

Нәһајәт, һәр вариант үзрә шакирләрә верилән сон ики мисалдан бири кәсрин мәхрәчиндәки вә дикәри сурәтиндәки иррасионаллығы јох етмәји тәләб едир. Мисаллардан көрүндүјү кими, шакирд биринчи һалда мәхрәчи, икинчи һалда сурәти ики әдәд квадратлары фәрги дүстуру шәклинә салмалыдыр. Бә'зи шакирдләр мисалын һәллиндәки белә бир тәләби тез көрүр вә фәалијјәтә кечә билир, дикәрләри исә илк гавраjышдан сонра өз һәрәкәт истигамәтини мүәјјәнләшдирә билмир.

Биринчиләр өз тәсәввүрләри илә һазыркы гавраjышларынын форма мүхтәлифлијинә бахмајараг, онлары асанлыгла ејниләшдирирләр. Икинчиләр гавраjыш заманы формаја (мәсәлән, $\sqrt{x}-\sqrt{y}$) даһа артыг үстүнлүк вердикләри үчүн, башга форма (мәсәлән, $a-b$) әсасында јаранан тәсәввүрү һазыркы гавраjышлары илә ејниләшдирә билмир, буна көрә дә чәтинликлә гаршылашмыш олурлар.

Бу сонунчу јохлама јазы ишинин нәтичәси ајдын сурәтдә көстәрди ки, иррасионал бирһәдли вә чохһәдлиләр үзәриндә әмәлләр апараркән, шакирдләрин гаршылашдыглары әсас чәтинликләр ифадәдахили әмәлләри дүзкүн јада салыб һәллә тәтбиг етмәји бачармамагдыр. Мүәллимләр тә'лим просесиндә бу чәһәти һәмишә диггәт мәркәзиндә сахласалар, бу саһәдә өјрәдилән материаллар möhkәм мәнимсәниләр, шакирдләр сонракы әмәлијјатларында да чәтинлик чәкмәзләр.

НӘТИЧӘЛӘР

1. Сәккизинчи синифдә квадрат тәнликләрин һәлли заманы алынан көкалты әдәддән квадрат көк алмағын зәрурәтини вә бу әмәлин тәнлик көкләринин тапылмасы просесиндәки әһәмијјәтини, сонралар квадрат тәнликләр системинин вә квадрат тәнлијә кәтирилән мәсәләләрин һәллиндәки әһәмијјәтини нәзәрә алараг, мүсбәт әдәдләрдән дәгиг вә тәгриби квадрат көк алмаг гајдасыны шакирдләрә дәриндән мәнимсәтмәк лазымдыр.

Бу мәгсәдлә, мүсбәт әдәддән квадрат көкалма әмәли илә бөлмә әмәли арасында олан үмуми вә хүсуси чәһәтләр синхроник гавраjышлар васитәси илә шакирдләрә дәрк етдирилмәлидир. Һәр ики әмәлин кедишиндәки мүхтәлифлији шакирдләрә дәрк етдирмәк үчүн квадрат көкалмаја вә бөлмәјә аид ики мисал көтүрүб, ејни бир анда онларын һәлли просесини шакирдләрин көзләри гаршысында давам етдирмәк лазымдыр.

2. Көкләр бәһсинин тә'лиминдә ифадәдахили вә ифадәләрарасы әмәлләри бир-бириндән сечмәк мәгсәди илә, шакирдләрин диггәти бу әмәлләр үзәринә чәлб едилмәлидир. Мәсәлән, һасилдән, кәсрдән, гүввәтдән квадрат көк аларкән, вуруғу квадрат көк алтына саларкән вә вуруғу квадрат көк алтындан чыхараркән бурада әмәлләрин бир ифадә дахилиндә апарылмасы, садә көкләрин топланмасы, чыхылмасы, вурулмасы вә бөлүнмәси заманы әмәлләрин ифадәләр арасында јери-

нә јетирилдијинә шакирдләрин диггәти чәлб едилмәлидир.

3. Тәдгигатлардан алынан психоложи материалларын тәһлили көстәрди ки, шакирдләр радикал ишарәси алтында јазылан әдәди онун квадрат көкү илә ејниләшдирә билмирләр. Шакирдләрин хејли һиссәси формача мүхтәлиф, мәзмунча бәрабәр олан бу әдәдләрә мүхтәлиф әдәдләр кими јанашырлар. Мәсәлән, $\sqrt{625}$ -ү илә 25-ин, $\sqrt{16}$-ү илә 4-үн, $\sqrt{81}$ -ү илә 9-ун бир-биринә бәрабәр олмасыны фикирләринә кәтирмирләр. Бу вәзијјәт көкләрин охшар шәклә кәтирилмәси заманы өз мәнфи тә'сирини даһа ајдын көстәрир. Шакирдләр формача мүхтәлиф олан, верилмиш ики көкү охшар шәклә кәтирмәк мәгсәди илә, гавраjышдан сонра дәрһал фәалијјәтә башлаја билмирләр. Радикал алтындакы әдәдләрин квадрат гүввәтдән алынмыш көкләри арасындакы мүхтәлифлик шакирдләрдә мүхтәлиф әдәд тәсәввүрләринин јаранмасына сәбәб олур.

Бу вәзијјәти тә'лим просесиндә нәзәрә алараг, формача мүхтәлиф вә мәзмунча ејни олан әдәдләри шакирдләрә мәнимсәдәркән, бу харичи көрүнүш е'тибары илә көзә чарпан мүхтәлифлијин радикал ишарәси илә әлагәдар јарандығыны онларын шүуруна чатдырмаг вә мисаллар һәлл етдирмәклә гавраjышда јаранан бу фәрги арадан галдырмаг лазымдыр.

4. Тәдгигат просесиндә мүәјјән едилди ки, шакирдләр расионал вә иррасионал әдәдләри бир-бириндән фикрән фәргләндирә билмирләр, иррасионал әдәдләри бир-бири илә мүгајисә едиб, һансынын бөјүк вә һансынын кичик олдуғуну ајдынлашдыра билмирләр. Белә бир чәтинлији арадан галдырмаг үчүн онлуг кәсрләри өјрәнәркән шакирдләрин, ики онлуг кәсрин мүгајисәси саһәсиндәки вәрдишдән истифадә етмәләри мәсләһәт көрүлүр. Бу заман көһнә вәрдиш јени вәрдишин јаранмасына јардым едәчәк, вәрдишләрин көчүрүлмәси баш верәчәкдир. Бу исә расионал вә иррасионал әдәдләрин фәргләндирилмәсинә, иррасионал әдәдләрин мүгајисә едилмәси вә бөјүк әдәдин сечилмәсинә әһәмијјәтли дәрәчәдә јардым едәчәкдир.

5. Ифадәдахили әмәлијјат заманы шакирдләрин вуруғу радикал ишарәси алтына саларкән вә вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхараркән дә чәтинликлә

гаршылашмалары тәдгигат заманы мүәјјән едилди. Бу заман шакирдләр, јухарыда дејилдији кими, радикалын харичиндәки вуруғу олдуғу кими радикал ишарәси алтында јазмагла ($2\sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 2}$), вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхараркән вуругларын бир һиссәсини олдуғу кими радикал ишарәси алтындан чыхармагла ($\sqrt[5]{32a^8b^2c^{10}} = 32\sqrt[5]{a^8b^2c^{10}}$) кифајәтләнирләр. Һәр ики һалда радикалын үстү нәзәрә алынмыр.

Белә бир чәтинлији арадан галдырмаг үчүн тә'лим просесиндә шакирдләрин диггәти радикалын үстүнә дәфәләрлә чәлб едилмәлидир, чүнки шакирдләрин хејли һиссәси вуруғу радикал ишарәси алтына саларкән вә ја вуруғу радикал ишарәси алтындан чыхараркән, вуруглары радикалын үстү илә әлагәләндирмәји чох тез дәрк едә билмир.

6. Тәдгигатлар заманы мүәјјәнләшдирилән чәтинликләрдән бири дә ондан ибарәтдир ки, шакирдләрин бир һиссәси һәр һансы там мүсбәт әдәддән көк аларкән нәтичәни дә көкүн алтында, һәм дә квадрат гүввәтдән олан радикалын алтында јазыр ($\sqrt{625} = \sqrt{25}$; $\sqrt[3]{27} = \sqrt{3}$). Бу һал, шүбһәсиз, шакирдин кечмиш биликләри илә һазыркы билијинин ујғун кәлмәмәси илә әлагәдардыр. Шакирд фикрән елә бир үмумиләшдирмә апарыр ки, куја көк аланда тапылан чаваб да көк алтында олмалыдыр. Тә'лим просесиндә мүәллим белә бир сәһвин маһијјәтини шакирдләрә дәрһал изаһ етмәли вә онун дәринләшмәсинә имкан вермәмәлидир.

Мүәллим, тәдгигат заманы мүәјјәнләшдирилмиш бу чәтинликләри тә'лим просесиндә нәзәрә алараг, онларын сәһвләр шәклиндә мөһкәмләнмәсинә имкан вермәзсә, шакирдләрин материалы там мә'насы илә мәнимсәмәсинә наил ола биләр.

МҮНДӘРИЧАТ

Сәһ.

I фәсил. VIII синифдә тәдрис едилән ҹәбр материалларынын әсас психоложи хүсусијјәтләри 3
II фәсил. Көкләр бәһсинин мәнимсәнилмәси заманы шакирдләрин гаршылашдыглары чәтинликләрин психоложи тәһлили вә онларын ләғви тәдбирләри 13
III фәсил. Иррасионал ифадәләри чевирмәнин мәнимсәнилмәси психолокијасы 28
Нәтиҹәләр 53

Закария Мамед оглы Мехти-заде

О ПСИХОЛОГИИ УСВОЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ ПО АЛГЕБРЕ
В ВОСЬМОМ КЛАССЕ

(на азербайджанском языке)

Редактору *И. Зәркәрли*

Техники редактору *А. Ахундов*. Корректору *С. Мәммәдова*

Јығылмаға верилмиш 26/IV-1963-ҹү ил. Чапа имзаланмыш 12/VI-1963-чү ил, ФГ 06552. Кағыз форматы $84 \times 108^1/_{32}$. Физики чап вәрәги 1,75, Шәрти ч. в, 2,87. Учот нәшр. вәрәги 2,8. Сифариш № 621. Тиражы 2000. Гијмәти 8 гәп.

Азәрбајҹан Дөвләт Тәдрис-Педагожи Әдәбијјаты Нәшријјаты, Бакы, Һүсү Һаҹыјев күчәси, № 4.

Азәрбајҹан ССР Мәдәнијјәт Назирлијинин 26 Бакы комиссары адына мәтбәәси, Бакы, Әли Бајрамов күчәси. № 3.

Aa 89078